

کتابی فصل و حرکت 3 نوری اجسام جالب

محلی رادینس $I = \sum_i R_i^2$, $R_i = |r_i \sin \theta| = |r_i \times n| \rightarrow$ در سطح موازی استوار می باشد

$$n = i \cos \alpha + j \cos \beta + k \cos \gamma$$

$$\Rightarrow I = \sum m_i (y_i^2 + z_i^2) \cos^2 \alpha + \sum m_i (z_i^2 + x_i^2) \cos^2 \beta + \sum m_i (y_i^2 + x_i^2) \cos^2 \gamma$$

$$- 2 \sum m_i y_i z_i \cos \alpha \cos \beta - 2 \sum m_i x_i z_i \cos \alpha \cos \beta - 2 \sum m_i x_i y_i \cos \alpha \cos \beta$$

این فرسودگی توان به شکل زیر راه کرد گفت مجموع های مربوط به معجزه و حقیقت را به عنوان نگرهای جسم حول محورهای مختلف

$$\left. \begin{aligned} \sum m_i (y_i^2 + z_i^2) &= I_{xx} \\ \sum m_i (x_i^2 + z_i^2) &= I_{yy} \\ \sum m_i (x_i^2 + y_i^2) &= I_{zz} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{لگزش گشتی حول محور } x \\ \text{لگزش گشتی حول محور } y \\ \text{لگزش گشتی حول محور } z \end{array}$$

۱- سوره های جدیدی که شامل محافل ضرب حقیقتی است می تواند حاصل ضرب نفسی نامیده آید و شکل هر توحید می گردد.

$$- \sum_i m_i x_i y_i = I_{xy} = I_{yx}$$

$$- \sum_i m_i x_i z_i = I_{xz} = I_{zx}$$

$$- \sum_i m_i y_i z_i = I_{yz} = I_{zy}$$

حاصل ضرب مختصات xy
 حاصل ضرب مختصات xz
 حاصل ضرب مختصات yz

علامت منفی دارند ←

در تمام اینها و حاصل فیض الهی لغیر هر جسم صلب گنده و غیره است و محو و هلاک آنرا از انوار کبریای حق است و از انوار حق است.

$$I_{zz} = \int (x^2 + y^2) dm$$

$$I_{xy} = - \int xy \, dm$$

سنگی به رنگ ماه دارد

$$I = I_{xx} \cos^2 \alpha + I_{yy} \cos^2 \beta + I_{zz} \cos^2 \gamma + 2I_{yz} \cos \alpha \cos \beta + 2I_{xz} \cos \alpha \cos \gamma + 2I_{xy} \cos \beta \cos \gamma$$

برای تکانه زاویه ای

$$L = r_i \times m_i v_i = \omega \times r_i \Rightarrow L = r_i \times m_i (\omega \times r_i) \Rightarrow L = \sum [m_i r_i \times (\omega \times r_i)]$$

$$L_x = \sum m_i [r_i \times (\omega \times r_i)]_x = \omega_x (y^2 + z^2) - \omega_y x_i y_i - \omega_z x_i z_i$$

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \omega_x \hat{i} + \omega_y \hat{j} + \omega_z \hat{k} \\ r &= x_i \hat{i} + y_i \hat{j} + z_i \hat{k} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow L = \omega_x \sum m_i (y_i^2 + z_i^2) - \omega_y \sum m_i x_i y_i - \omega_z \sum m_i x_i z_i$$

✓ χ مولفه ی $\Rightarrow L\chi = \omega_x I_{xx} + \omega_y I_{xy} + \omega_z I_{xz}$

$$\Rightarrow L = iL_x + jL_y + kL_z$$

$$\Rightarrow \underline{L} \underline{\dot{\theta}} = i(\omega_x I_{xx} + \omega_y I_{xy} + \omega_z I_{xz}) + j(\omega_x I_{yx} + \omega_y I_{yy} + \omega_z I_{yz}) + k(\omega_x I_{zx} + \omega_y I_{yz} + \omega_z I_{zz})$$

بردار مکان زادی می تواند با محور دوران (انتخاب ω) هم اندازه شش ضلعی شکل اگر محور x را محور دوران فرض کنیم $\omega_x = \omega$ و $\omega_y = \omega_z = 0$

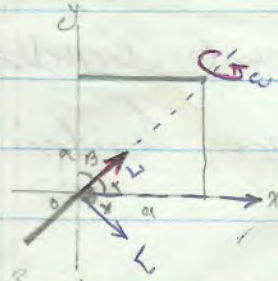
لذا میگویند است بردار مکان زادی $L = i\omega I_{xx} + j\omega I_{xy} + k\omega I_{xz}$ بردار مکان زادی L دارای ویژگی محور دوران باشد

با فرض داریم $L \cdot n = I\omega$ $\cos \alpha = \frac{\omega_x}{\omega}$ $\cos \beta = \frac{\omega_y}{\omega}$ $\cos \gamma = \frac{\omega_z}{\omega}$

$\Rightarrow \omega_x = \omega \cos \alpha$

مثال: فکر کنید شش ضلعی شکل کنونی به ضلع a و جرم m را حول یک قطار بگردانیم.

یک رأس مربع در مرکز قرار دارد.



$I_{xx} = I_{yy} = \frac{ma^2}{3}$ و $I_{zz} = I_{xx} + I_{yy} = \frac{2ma^2}{3}$

برای محاسبه I_{xy} و I_{yx} از فرمول $I_{xy} = I_{yx} = - \int \int xy \rho \, dx \, dy$ استفاده می کنیم.

$I_{xy} = I_{yx} = - \int_0^a \int_0^a xy \rho \, dx \, dy$

$= -\rho \int_0^a \frac{a^2}{2} y \, dy = -\rho \frac{a^4}{4} \xrightarrow{\rho = \frac{m}{a^2}} I_{xy} = -\frac{1}{4} ma^2$

$\alpha = \beta = 45^\circ$ و $\gamma = 90^\circ$ $\cos \alpha = \cos \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ و $\cos \gamma = 0$

1 $L = \frac{1}{2} I_{xx} \omega + \frac{1}{2} I_{yy} \omega + I_{xy} \omega = \frac{1}{6} ma^2 \omega + \frac{1}{6} ma^2 \omega + (-\frac{1}{4} ma^2) \omega = \frac{1}{12} ma^2 \omega$

مثال: مکان زادی می تواند با محور دوران (انتخاب ω) هم اندازه شش ضلعی شکل اگر محور x را محور دوران فرض کنیم $\omega_x = \omega$ و $\omega_y = \omega_z = 0$

الف حول محور x $\Rightarrow$ حول خطی که از مبدأ به ضلع AC عمود است

حالت الف $L = i I_{xx} \omega + j I_{xy} \omega = i \frac{ma^2}{3} \omega - j \frac{ma^2}{4} \omega$

2 $\omega_x = \omega_y = \omega \cos 45 = \frac{\omega}{\sqrt{2}}$ و $\omega_z = 0$ $L = i(I_{xx} \frac{\omega}{\sqrt{2}} + I_{xy} \frac{\omega}{\sqrt{2}}) + j(I_{yx} \frac{\omega}{\sqrt{2}} + I_{yy} \frac{\omega}{\sqrt{2}}) =$

$= i(\frac{ma^2}{3} - \frac{ma^2}{4}) \frac{\omega}{\sqrt{2}} + j(-\frac{ma^2}{4} + \frac{ma^2}{3}) \frac{\omega}{\sqrt{2}} = (i+j) \frac{ma^2}{12} \frac{\omega}{\sqrt{2}}$ حالت ب

توجه داشته باشید که در مکان زادی برای حالت 1 هم مقدار سرعت زاویه ای ω یکسان است و در حالت 2 هم مقدار ω یکسان است.

حالت 2 $\Rightarrow$ در سرعت زاویه ای برابر با $\omega = (i+j) \frac{\omega}{\sqrt{2}}$ است در نتیجه مکان زادی هم مقدار ω خواهد بود.

برای مکان زادی $L = \frac{1}{2} (L_x^2 + L_y^2 + L_z^2)$ معلوم می شود و بنابراین برای حالت 1 داریم

$L = ma^2 \omega \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{16}} = ma^2 \omega \frac{5}{12}$ $\Rightarrow$ در حالت 2 $L = ma^2 \omega \frac{1}{12}$

$$T = \frac{1}{2} \omega \cdot L \quad \text{انتقالی} = \frac{1}{2} v_{cm}^2 \quad \rho = m v_{cm}$$

$$\Rightarrow T = T_{دایره‌ای} + T_{انتقالی}$$

$$T = \frac{1}{2} \omega \cdot L = \frac{1}{2} (\omega_x L_x + \omega_y L_y + \omega_z L_z) = \frac{1}{2} (I_{xx} \omega_x^2 + I_{yy} \omega_y^2 + I_{zz} \omega_z^2 + 2 I_{xy} \omega_x \omega_y + 2 I_{xz} \omega_x \omega_z + 2 I_{yz} \omega_y \omega_z)$$

$$T = \frac{1}{2} I_{xx} \omega_x^2 = \frac{1}{2} \frac{m a^2}{3} \omega^2 = \frac{1}{6} m a^2 \omega^2$$

مثال انرژی جنبشی دایره‌ای صغیر مربع شکل مثال قبل

$$T = \frac{1}{2} \omega \cdot L = \frac{1}{2} \left[(0+j) \frac{\omega}{\sqrt{2}} \right] \cdot \left[(0+j) \frac{m a^2}{12} \frac{\omega}{\sqrt{2}} \right]$$

در مورد دایره اول یک خطیاست که داریم

$$T = \frac{1}{2} \frac{m a^2}{12} \omega^2 = \frac{1}{24} m a^2 \omega^2$$

و چون $(0+j)(0+j) = 2$ است

اگر محورهای مختصات محورهای اصلی باشند $I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0$ و داریم

$$\begin{aligned} I_{xx} = I_1 & \quad \omega_x = \omega_1 & \quad i = e_1 \\ I_{yy} = I_2 & \quad \omega_y = \omega_2 & \quad j = e_2 \\ I_{zz} = I_3 & \quad \omega_z = \omega_3 & \quad k = e_3 \end{aligned}$$

$$I = I_1 \cos^2 \alpha + I_2 \cos^2 \beta + I_3 \cos^2 \gamma \quad (*)$$

$$L = e_1 I_1 \omega_1 + e_2 I_2 \omega_2 + e_3 I_3 \omega_3 \quad (*)$$

$$T = \frac{1}{2} (I_1 \omega_1^2 + I_2 \omega_2^2 + I_3 \omega_3^2) \quad (*)$$

با محورهای اصلی اگر جسم متجانس باشد به قضایای زیر نیاز نیست تا حاصل ضربهای اصلی در دستگاه مختصات گردند اگر تشریحی با هر شکل

$$I_{xy} = - \int xy \, dm \quad I_{yz} = - \int yz \, dm \quad I_{zx} = - \int zx \, dm$$

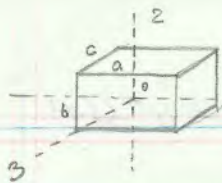
که در اینجا xy و yz و zx هر یک از اجزای جسم $Q=0$ می‌شود و در نتیجه

برابر می‌شوند و نسبت به یک مرکز برابر می‌شوند و در هر دو مرکز همواره در یک خطی هستند و در هر دو مرکز همواره در یک خطی هستند و در هر دو مرکز همواره در یک خطی هستند

برای نشان دادن این مطلب در یک جسم آرمی که انتقال می‌دهند و در یک دستگاه Oxy و Oz هر دو تغییر علامت می‌دهند و در یک دستگاه Oxy و Oz هر دو تغییر علامت می‌دهند و در یک دستگاه Oxy و Oz هر دو تغییر علامت می‌دهند

مثال از یک ربع به ربع دیگر منتقل می‌شود و در یک دستگاه Oxy و Oz هر دو تغییر علامت می‌دهند و در یک دستگاه Oxy و Oz هر دو تغییر علامت می‌دهند و در یک دستگاه Oxy و Oz هر دو تغییر علامت می‌دهند

* در هر دو دستگاه انرژی جنبشی انتقالی یکی از اجزای است که باید در محاسبات منظور شود



نشان ده که مرکز جرم یک مستطیل متساوی الساقی در مرکز ثقل آن قرار دارد. اگر یک جسم 0 کاملاً متساوی باشد

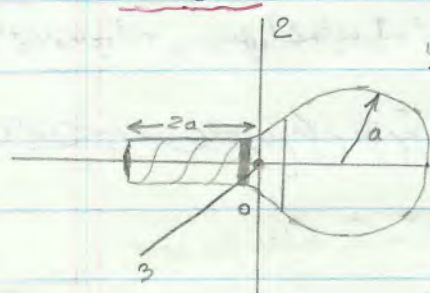
$$I_1 = \frac{m}{12}(b^2 + c^2) \quad I_2 = \frac{m}{12}(a^2 + c^2) \quad I_3 = \frac{m}{12}(a^2 + b^2)$$

اگر مرکز جرم و مرکز ثقل در یک نقطه باشند (1) صحت پیدا می کند چون $a=b=c$ مرکز ثقل در مرکز جرم قرار دارد

چون $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ اگر مرکز جرم و مرکز ثقل در یک نقطه باشند و از محور 1 و 2 و 3

تساوی برای مرکز ثقل و مرکز جرم در یک نقطه در یک شکل 0 که در یک نقطه است

می توان گفت مرکز ثقل و مرکز جرم در یک نقطه است و شعاع a و جرم $\frac{m}{2}$ است و شعاع $2a$ و جرم $\frac{m}{2}$ است



$$I = I_{\text{محور 1}} + I_{\text{محور 2}} \Rightarrow I_1 = 0 + \frac{1}{4} \frac{m}{2} a^2 = \frac{1}{8} m a^2$$

$$I_2 = \frac{1}{3} \frac{m}{2} (2a)^2 + \frac{5}{4} \frac{m}{2} a^2 = \frac{31}{24} m a^2$$

$$I_3 = \frac{1}{3} \frac{m}{2} (2a)^2 + \frac{3}{2} \frac{m}{2} a^2 = \frac{17}{12} m a^2$$

از این می توان گفت که مرکز ثقل و مرکز جرم در یک نقطه است و شعاع a و جرم $\frac{m}{2}$ است و شعاع $2a$ و جرم $\frac{m}{2}$ است

محورهای اصلی این جسم 1 و 2 و 3 است و $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$ و $\omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$

محورهای اصلی این جسم 1 و 2 و 3 است و $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$ و $\omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$

محورهای اصلی این جسم 1 و 2 و 3 است و $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$ و $\omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$

محورهای اصلی این جسم 1 و 2 و 3 است و $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$ و $\omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$

محورهای اصلی این جسم 1 و 2 و 3 است و $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$ و $\omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$

محورهای اصلی این جسم 1 و 2 و 3 است و $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$ و $\omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$

محورهای اصلی این جسم 1 و 2 و 3 است و $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$ و $\omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$

محورهای اصلی این جسم 1 و 2 و 3 است و $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$ و $\omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$

محورهای اصلی این جسم 1 و 2 و 3 است و $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$ و $\omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$

محورهای اصلی این جسم 1 و 2 و 3 است و $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$ و $\omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$

محورهای اصلی این جسم 1 و 2 و 3 است و $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$ و $\omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$

محورهای اصلی این جسم 1 و 2 و 3 است و $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$ و $\omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$

محورهای اصلی این جسم 1 و 2 و 3 است و $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$ و $\omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$

محورهای اصلی این جسم 1 و 2 و 3 است و $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$ و $\omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$

محورهای اصلی این جسم 1 و 2 و 3 است و $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$ و $\omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$

محورهای اصلی این جسم 1 و 2 و 3 است و $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$ و $\omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$

محورهای اصلی این جسم 1 و 2 و 3 است و $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$ و $\omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$

محورهای اصلی این جسم 1 و 2 و 3 است و $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$ و $\omega_2 = \omega_3 = 0$ و $\omega = \omega_1$

مثال: بتوانیم محورین جریح پیدا کنیم: محور اصلی که سیستم در آن قرار می‌گیرد

از یک درختی که در کنار رودخانه قرار دارد، دو محوری که در یک صفحه عمودی قرار دارند

سیستم را تشکیل می‌دهد: جریح از روی یک دایره که در حالت تعادل قرار دارد

ما باید به دنبال یافتن جهت جریح θ و محاسبه θ باشیم

محور اصلی جریح با فرضی که موازی با محور θ برای هر دو محوری موازی است

$$I_{xx} = \frac{1}{2}ma^2 + 2m'a = \frac{ma^2 + 4m'a^2}{2}$$

$$I_{yy} = \frac{1}{4}ma^2 + 2m'b^2 = \frac{ma^2 + 8m'b^2}{4}$$

$$I_{xy} = -\sum x_i y_i m'_i = -[(-b)am' + b(-a)m'] = 2abm'$$

$$\tan 2\theta = \frac{2I_{xy}}{I_{xx} - I_{yy}} = \frac{4abm'}{\frac{1}{4}ma^2 + 2m'(a^2 - b^2)}$$

اگر θ چنان که اغلب اتفاق می‌افتد خیلی کوچکی m' نبرد
تجربیم با m کوچک باشد

$$\Rightarrow \theta = 8 \frac{bm'}{am}$$

$$N = \left(\frac{dL}{dt} \right)_{\text{نسبت}} = \left(\left(\frac{dL}{dt} \right)_{\text{نسبت}} + \omega \times L \right) = N$$

معادلات اویلر در مورد حرکت جسم صلب است:
آهنگ زمانی تغییر بردار تکانه زاویه‌ای در یک دستگاه ثابت (نسبت به دستگاه مرجع) برابر با بردار سرعت زاویه‌ای است

$$N_1 = \dot{L}_1 + (\omega \times L)_1$$

$$N_2 = \dot{L}_2 + (\omega \times L)_2$$

$$N_3 = \dot{L}_3 + (\omega \times L)_3$$

معادلات اویلر

$$\begin{cases} N_1 = I_1 \dot{\omega}_1 + \omega_2 \omega_3 (I_3 - I_2) \\ N_2 = I_2 \dot{\omega}_2 + \omega_3 \omega_1 (I_1 - I_3) \\ N_3 = I_3 \dot{\omega}_3 + \omega_1 \omega_2 (I_2 - I_1) \end{cases}$$

جسم صلب متحرک در یک محور ثابت است: معادلات اویلر

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$$

محور ثابتی داریم که زاویه‌ای ثابت باشد و حرکت در آن صورت گیرد

$$N_1 = \omega_2 \omega_3 (I_3 - I_2)$$

$$N_2 = \omega_3 \omega_1 (I_1 - I_3)$$

$$N_3 = \omega_1 \omega_2 (I_2 - I_1)$$

این معادلات اویلر به صورت زیر درمی‌آید

از این معادلات می‌توانیم متوجه شویم که اگر یک جسم صلب را در یک محور ثابت قرار دهیم

جسم اعمالی می‌شود و حرکت آن در آن محور

پس اگر فرض کنیم محور دوران عمود بر صفحه $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ خواهد بود و در این مورد

تفاوت‌های دیگر بین این معادلات و معادلات حرکت در یک محور ثابت

ما تحت شرایطی که در اینجا ذکر شده، معادلات حرکت در یک محور ثابت

در آن آزاد جسم صلب، به واسطه حرکت و جسم صلب است که می توان آن را در هر قسمی از آن حرکتی مشخص

مانده در آن حالت به علت عدم وجود نیروی بیرونی مؤثر بر جسم در آن به صورت آزاد انحراف می گیرد

عمود آن مع صلب است شکلی بر روی هموار که در مرکز جرمش قرار دارد و شتاب مرکز جرم صلب است که آزادانه می آید

که نیروی بر آن اثر کند حرکت می کند در دوران که این نیروی بیرونی بر وجود نیروی بیرونی به طر آزاد سقوط می کند نقطه 0 مرکز جرم است

مکانه زاویه ای جسم به علت صفر بودن نیروی بیرونی علی الباعده باید بر طبق اصل کنی بقا مکان زاویه ای از لحاظ همتا به مرکز شتاب باشد ولی

ممکن است جهت بردار مکان زاویه ای ثابت - محورهای دوار ثابت بماند درجه تغییر کند می پذیرد آن با ثابت باشد

انرژی جنبشی انتقالی نیز باید ثابت باشد $\omega \cdot L = 2T$ ثابت به ثابت باشد $I_1 \omega_1^2 + I_2 \omega_2^2 + I_3 \omega_3^2 = \text{const} \Rightarrow$

$I_1^{-1} : I_2^{-1} : I_3^{-1} \leftarrow$ نسبت انتقالی به نسبت $\rightarrow$ نسبت گون برانشو $I_1 \omega_1^2 + I_2 \omega_2^2 + I_3 \omega_3^2 = \text{const} = 2T_{\text{rot}}$ نسبت انتقالی

در بعضی گاه که محورهای لابی آن را بر محورهای اصلی جسم سقوط است بر طبق محور

اداره توضیحات را در صفت بعدی خوانند

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

~~XXXXXXXXXX~~

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

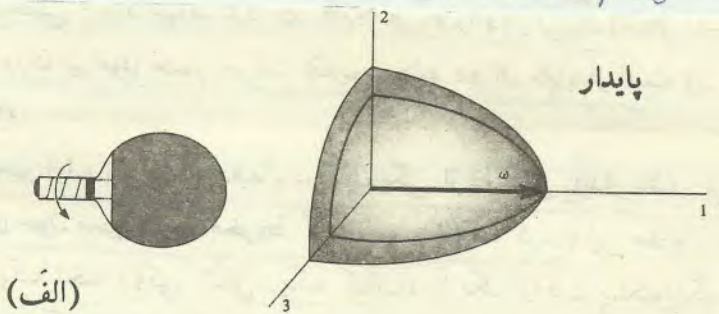
$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

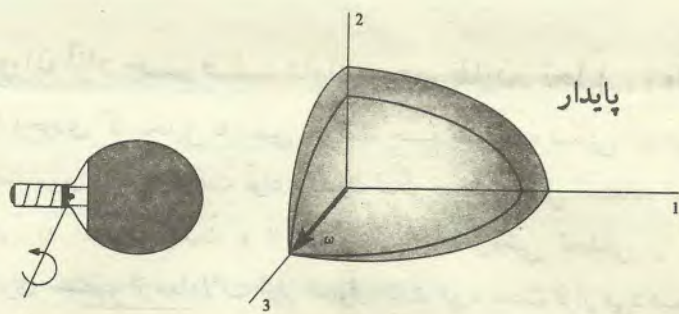
$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$

مانند به عبارات مربوط به بیضی گوییم که مقاطع می توان نشان داد در موردی که محور آزادی دوران بر یکی از محورهای اصلی جسم منطبق باشد

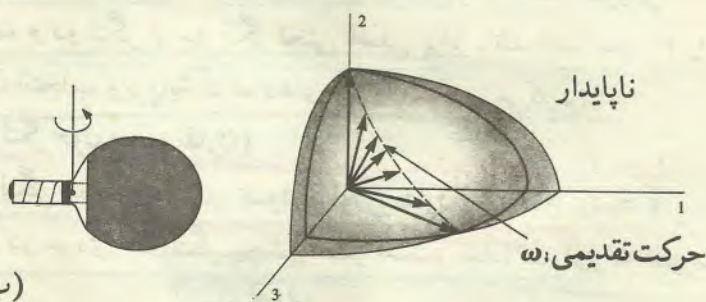
شخصی حاصل از تقاطع یک نقطه متغیر می شود. عبارت دیگر در بیضی گوییم که علاوه بر یک خط اصلی بر جسم مناسب می شود در جسم غرض حول این محور. به طور پایدار دوران می گذاریم مطلب در موردش تحقیق می یابیم دوران آزادی حول بزرگترین یا کوچکترین لختی میسر است. یکی از حول محور متوسط مانند محور $I_3 > I_2 > I_1$ است انجام شود دیگر از مقاطع در بیضی گوییم. جای نقطه منحنی را با خواص هندسی کاملاً حرکات را در بیضی می بینیم دوران بیستون جسم حرکت می دهد دوران پایدار است. اگر محور آزادی تقریباً به سمتی در طول یکی از دو محور پایدار باشد برادر به سمت راست می چرخد حول محور مربوط به نقطه کاملی رسم خواهد کرد.



(الف)



(ب)



(پ)

شکل ۸-۹ بیضی گوییم با L و T ثابت مربوط به جسم صلبی که آزادان حول (الف) کوچکترین محور (ب) بزرگترین محور (پ) محور متوسط لنگر لختی دوران می کند

دران آزاد حجم صلب دارای محور ثابت. تحلیل زوایای اولی و برای حل معادلات اولی در حالت خاصی

که حجم سفید را در محور ثابت است و در دگرگونی (اولی برابر باشد) آنرا محور 3 را به عنوان محور ثابت انتخاب و به این ترتیب آن را برای

زیراشخص می کنیم. لنگر حول محورهای عدد در محور ثابت $I_1 = I_2 = 1$ لنگر حول محور ثابت $I_3 = I_3$

چون شرط یکنواختی برابر همزمان معادلات اولی می شود:

$$\begin{cases} I \omega_1 + \omega_2 \omega_3 (I_3 - I) = 0 \\ I \omega_2 + \omega_3 \omega_1 (I - I_3) = 0 \\ I_3 \omega_3 = 0 \Rightarrow \omega_3 = \text{const} \end{cases} \xrightarrow[\text{تعیین}]{\text{تبدیل}} \Omega = \omega_3 \frac{I_3 - I}{I} \xrightarrow{\text{دارد}} \begin{cases} \dot{\omega}_1 + \Omega^2 \omega_1 = 0 \\ \omega_1 = \omega_0 \cos \Omega t \\ \omega_2 = \omega_0 \sin \Omega t \end{cases}$$

نکته: ω ثابت است و اگر Ω و ω را با هم در نظر بگیریم به یک دایره در صفحه ω_1 و ω_2 می بینیم. این دایره در صفحه ω_1 و ω_2 قرار می گیرد و به این ترتیب می توانیم آن را به صورت یک دایره در صفحه ω_1 و ω_2 نشان دهیم.

صفحه 1 و 2 دایره این به شعاع ω است و با هم در صفحه ω_1 و ω_2

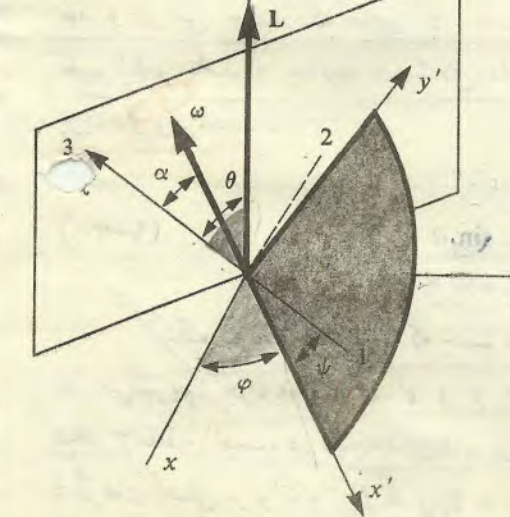
بنابراین به جهت آنکه در حرکت آزاد، حجم صلبی که محور ثابت دارد بر دایره سرعت زاویه ای حول محور ثابت هم حرکت می کند (تقریبی) می بینیم

که آن بر دایره سطحی موسوم به مخروط قطره ای می باشد. و این دایره این حرکت تقریبی با Ω مقدار ثابتی است که ω مشخص می شود اگر

زاویه بین محور ثابت و محور دوران ω باشد و به این ترتیب $\omega_3 = \omega \cos \alpha$ و به این ترتیب $\Omega = \left(\frac{I_3}{I} - 1 \right) \omega \cos \alpha$

که اگر حرکت تقریبی را در دایره این حول محور ثابت را مشخص می کند.

نکته: مسیر دایره این شکلی به شعاع ω است که استواری بر دایره سرعت زاویه ای می کشد و در حقیقت به یک تقاطع در بعضی نواحی است با L و T است.



حکومتی دران حجم صلب نسبت به دستگاه مختصات ثابت

ناحیه به شکل درجه 4 زاویه بین محورهای 1 و 2 و زاویه بین محورهای

3 و 2 یا 3 است و این 3 زاویه 4 و 5 و 6 که همگی هم در دایره

به شکل گانه مشخص می کند زوایای اولی می باشد که با سرعت زاویه ای هم در دایره

نمودار دار عبارت است از حرکتی حول محور 3 یا آنگاه زاویه ای ψ که ثابت

زاویه ای در دستگاه بریم دار. دوران واقعی دستگاه بریم دار شامل دور ψ خواهد بود و این

آنگاه زاویه ای حول محور 3 و دایره آنگاه زاویه ای ψ حول محور ثابت ψ می باشد.

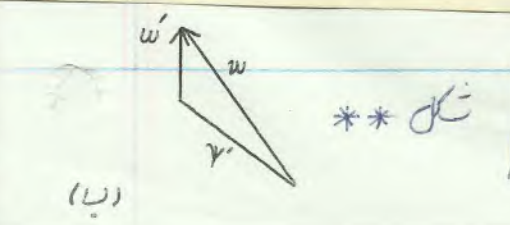
مولفه های ω در دستگاه $Ox'y'z'$ عبارت خواهد بود

مع: معلوم می شود که ω در گردش به جهت

زاویه ای ψ حول محور 3 است می شود که ω است.

$$\begin{cases} \omega_{x'} = 0 \\ \omega_{y'} = \dot{\psi} \sin \theta \\ \omega_{z'} = \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\psi} \end{cases}$$

مقدار نسبی زوایای اولی حول محورهای مختصات ثابت و دور (الف)



*** شکل

(ب)

0123 NW 1/4 Sec 36

$$\omega_3 = \dot{\varphi} \cos \theta + \psi$$

و چونکه $\delta L = 0$ می توان آن را خط مقصود یا مسیر مستقیم می نامیم که در دستگاه پیمانه

$$L_{\theta} = L \cos \theta$$

$$I_3 = I_{2'z'} = I_s, \quad I_1 = I_2 = I_{x'x'} = I_{y'y'} = I$$

$$\ast \frac{L_{1'}}{L_{2'}} = \tan \theta = \frac{I}{I_s} \tan \alpha$$

$$\omega_{y'} = \omega \sin \alpha \quad L_{y'} = I \omega \sin \alpha$$

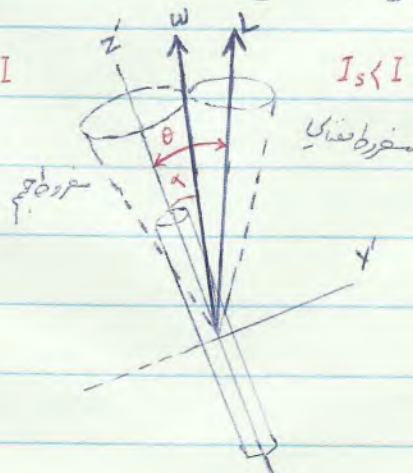
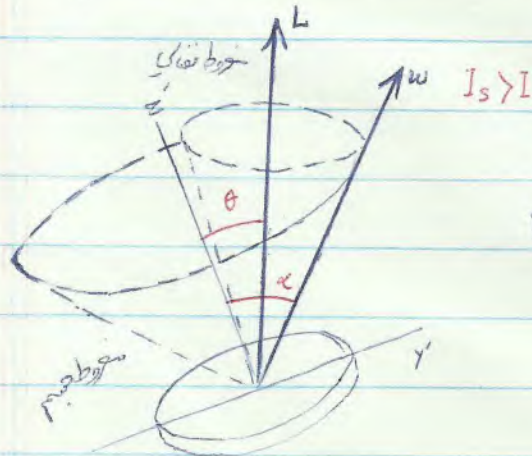
$$\omega_2' = \omega \text{ and } L_2' = L \omega \text{ and}$$

ب. ملاحظہ فرمائیے کہ اگر مشاہدہ خاص علیٰ اثر معجزات جسم باشد ، سرعت زیادہ ایسی (دوران

$\vec{v} = \omega \times \vec{r}$

آهنگ کنگرے بر حسب معنی لڑائی جسم حول محور

4. یزاد شیب محور دوران با محور تقارن هم $\rightarrow \phi = \omega \left[1 + \left(\frac{I_s^2}{I^2} - 1 \right) \cos^2 \phi \right]^{1/2}$



نکته: 3. آهنگ زدن این لفظی وجود دارد | بزرگی ω سرعت زدن ای

حرکت تقدیمی یا عقبی زادی Ω محور دوران (انتقال ω) حول محور دوران هم
 حرکت تقدیمی (دنگش) یا عقبی زادی ϕ حول دوران حول خط تقدیم یا عقبی



مثالها : حرکت تقدیمی فرسسی (تشیاب بلا شکلی) در یک مقارن رتقردا حرکت :

ناتر قعید معمر حای مقام در می توان گفت $I_1 + I_2 = I_3$ در حجم مقارن $I_1 = I_2$ $\Leftarrow 2I_1 = I_3$

$$\frac{I_s}{I} = 2$$

حای خیر تشیاب سورتق طرور - جود ترتب شود که رادسی سرعت رادسی ω آن، خود مقارن برابر ω باشد داریم : $\Omega = \omega \cos \alpha$ و چون حرکت تقدیمی مقارن حول L دتی از سرتق حجم

$$\dot{\varphi} = \omega(1 + 3 \cos^2 \alpha)^{1/2}$$

$$\dot{\varphi} = 2\omega$$

$$\Omega = \omega$$

مونی آحتک انگشت - در برابر سرعت ادران رادسی ترتب شد ایت میر

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad T = \frac{2\pi}{\Omega}$$

خون کاو لا حلت سرتق درره تادب رادسی ب تشیاب $\frac{2\pi}{\varphi}$ ایت

درره تادب حرکت تقدیمی سرتق سکو می حلی سرتق از دوره تادب حرکت تقدیمی آزاد ایت

حرکت تقدیمی سرتق سکو می $\Leftarrow$ فرسره : سرتقی لنگه سرتقی حول نقطه O دتسی از سرتق برابر $mg \sin \theta$ ایت که دتسی لنگه سرتق

O از مرکز حجم C فرسره شده ایت در حقیقت لنگه سرتقی حول C ایت تادب

$$N_x' = mg \sin \theta$$

$$N_y' = 0$$

$$N_z' = 0$$

$$L_x' = I\dot{\theta}$$

$$L_y' = I\dot{\varphi} \sin \theta$$

$$L_z' = I_s(\dot{\varphi} \cos \theta + \dot{\psi}) = I_s S \rightarrow$$

$$N = \left(\frac{dL}{dt} \right) + \omega' \times L$$

حول محور مقارن ثابت تادب
معارلات حرکت مقارن $\Leftarrow$

$$mg \sin \theta = I\ddot{\theta} + I_s S \dot{\varphi} \sin \theta - I\dot{\varphi}^2 \cos \theta \sin \theta$$

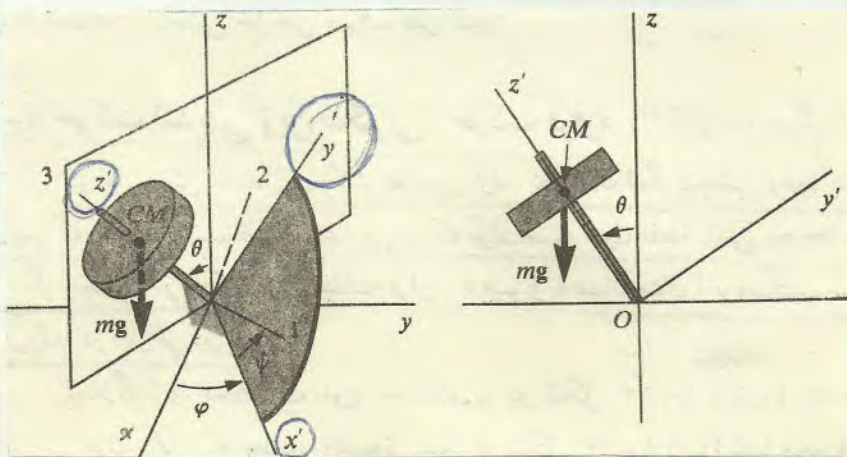
$$0 = I \frac{d}{dt} (\dot{\varphi} \sin \theta) - I_s S \dot{\theta} + I\dot{\theta} \dot{\varphi} \cos \theta$$

$$0 = I_s \dot{S}$$

$$L_z' = I_s S = \text{const}$$

$$0 = \frac{d}{dt} (I\dot{\varphi} \sin^2 \theta + I_s S \cos \theta)$$

$$I\dot{\varphi} \sin^2 \theta + I_s S \cos \theta = B = \text{constant}$$



حرکت تقدس با دیدار از سر و سگوب : حرکت تقدس با دیدار در عین لغت $\Rightarrow$ در این حالت محور حرکت از سر $\Rightarrow$ قی مانده با حرکت از سر

$$\theta = \theta = 0 \text{ and } \theta = 90$$

دورانی که محمدرضا کورانیجا ۲ است حرکت تقدیری اما آبی رهد

$$\Rightarrow mgl = I_s S \dot{\varphi}$$

بزرگی مؤلفه افقی مکان را در این برابر $I_s S$ در صفحه افقی ظاهره اس در رسم می کند

اندر بعضی استعاره

در اینجا ψ برابر I_5 داریم و ψ را به صورت I_5 می‌نویسیم. I_5 را به صورت I_5 می‌نویسیم. I_5 را به صورت I_5 می‌نویسیم.

$$mg\ell = I_s \dot{\phi} - I \dot{\phi}^2 \cos\theta$$

حرکت تقدیمی مادر از سر دیگر $\rightarrow 8 \neq 90$

$$\dot{\phi} = \frac{I_s \dot{\theta} \pm (I_s^2 \dot{\theta}^2 - 4mg\ell I \cos\theta)^{1/2}}{2I \cos\theta}$$

مجلس پیرانہ بک سدر ۸ رزائیک حرکت تقدیمی مایہ عریسی

تحریریں سکول میں آئندہ ایسی ہی حرکت تقدیمی بنیں۔ (-) حرکت تقدیمی

نقد (+) زین کفایت آنرا به سبب این دلیل است که مستقیماً دارد و حرکت کند

در مورد هزینه های جاری و جاری می باشد و در اصل باید برآورد

$$I_s^2 S^2 \geq 4 \text{ mg/l } I \text{ and}$$

← 5000000000

خزوه خاوند به گنج زنده ماسوعی گنجی عرقد در اقصای عالم به گوشن رسید و چون قرآن برده و معیت تمام یاردار است به خواسته فائده بی نور

مشاطه جنگلی است که در عمارات و اماکن بسیار آراسته و زیاده حقیقت باشد می توان این قفسه را بشرط پایداری مانند

$$I_s^2 S^2 \geq 4mg l I$$

قرقره محو اسد و عذارت اعدا

کمرکز (سویچ - فاصلہ) 2cm از قعر ترازو قرار دیا۔ چنانچہ این ترازو آہستہ 20 درجہ پائے سیو شد (درجہ تعداد تقویم این ترازو را پائے ترازو 8 درجہ پائے ترازو)

$$\frac{2\pi}{\phi} = 0.815 \text{ روزه شارب آن}$$

در این کتاب مثالهایی از این روش در فضیلت استاد قرار داده اند و این کتاب در فضیلت استاد قرار داده اند

در اینجا علاوه بر معلومات قبلی - بزرگ منی 1 جول موردی ۲۵۰۰ میانه داریم اما بطریق خفیه موردی موازی خواهم داشت :

$$\Rightarrow S \geq \frac{2}{I_s} (mg d I)^{1/2} = \frac{2}{200} (200 \times 380 \times 2 \times 500)^{1/2} = 140 \text{ s}^{-1}$$

که حداقل دیش بر حسب درجه برابری $S = \frac{140}{2\pi} = 22,3$ است.

معادله انرژی در قفس محوری: $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2$ $\Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}}x$ $\Rightarrow v = \omega x$ $\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ $\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$$\frac{1}{2}(I\omega_x^2 + I\omega_y^2 + I_s^2) + mgh = E = \frac{1}{2}(I\dot{\theta}^2 + I\dot{\phi}^2 \sin^2 \theta + I_s^2) + mg\ell \cos \theta = E$$

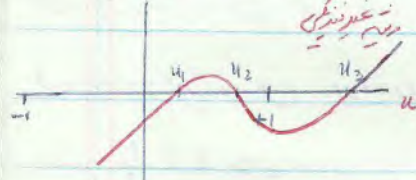
$$= \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + \frac{(B - I_5 S \cos \theta)^2}{2 I \sin^2 \theta} + \frac{1}{2} I_5 \dot{S}^2 + mgl \cos \theta = E \quad u = \cos \theta \Rightarrow \dot{u}^2 = f(u)$$

$$u = \cos \theta \Rightarrow \dot{u}^2 = f(u)$$

$t = \int \frac{du}{\sqrt{f(u)}}$ جوں $f(u)$ درجہ دوم 3 انگڑاں گیری میں توین مرتبہ تواجہ بعضی کا انجا آ (دار می

برای دانش عمده کلمات این جهت استعمال نمودار چون $\frac{1}{2}$ نسبت است و حقیقت چون $\frac{1}{2}$ سنگی به نسبت مردمان $\frac{1}{2}$ دراز می توان و در حرکت را در

برای $\phi(u) = 0$ نشان کرد که u مقدار 0 و 60 باشد. u مقداری 0 ، 1 یا 61 نمی‌گردد. $\phi(u)$



شکل الف: نموداری از $q(u)$ برای سوزنی که مقدار درستی $u = 0.4$ و $u = 0.5$ را قرار دارد

در این مقدار متناظر یعنی ۵۵،۵۵، حدود حرکت کامل را مشخص می کند و محور زرهش این

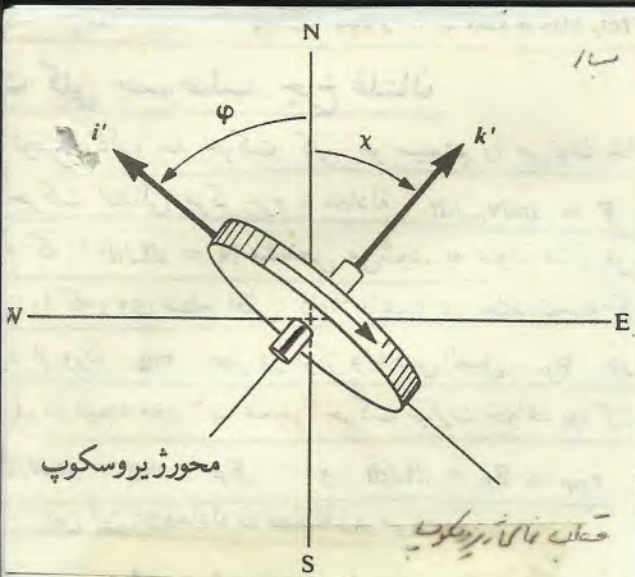
در مقدار ۵، در متن حرکت تقدیمی فرزند حول محور نام "ب" طرب عقب رجوع و قس محور کا انسانی (احمد)

رہنوں محوری منظر

۱) $u_1 = u_2$ ریشه مضاعف از معادله محوری و چون α واحد است دایره حرکت نقطه با پایداری از آنجا

حرکت تقدیم مایه

۱۲۱ حالت خوابده



قطب های شریک و سکوی: در شکل مدار و شریک و سکوی را با هم می بینید

که به یکدیگر نگاه حلقه های قرار دارد و در سطح می توان با این مانده محور حرکت

آزادانه در هر جهتی بچرخد. فقط باید توجه داشت که در این شکل بر حالت شکل

معمولی مثل $\theta = 90^\circ$ و محورهای می بریم نقاط باله های مانده سطح

زین نامرئی مشخص شده است و چون در سکوی در یک نگاه قرار دارد

$\theta = 0$ است. سرعت زاویه ای زمین که با ω_e نشان داده می شود دایره

تولیدی $\omega_e \cos \lambda$ (افق) و $\omega_e \sin \lambda$ (عمود قائم) و در عمود قائم

است. و سرعت زاویه ای خود در سطح با دستگاه برعکس دارد و در این

$$\omega = i'(\omega_e \cos \lambda \cos \varphi) + j'(\varphi + \omega_e \sin \lambda) + k'(\psi + \omega_e \cos \lambda \sin \varphi)$$

$$I_1 = I_2 = I \quad I_3 = I_s \quad \text{پس } L \text{ برابر است با}$$

$$L = I(\omega_e \cos \lambda \cos \varphi) + I(\varphi + \omega_e \sin \lambda) + I_s S$$

$$S = \dot{\psi} + \omega_e \cos \lambda \sin \varphi \quad \text{و } N = \left(\frac{dL}{dt}\right)_{\text{مطلوبه}} + \omega' \times L$$

$$\Rightarrow N = I \frac{d}{dt} (\omega_e \cos \lambda \cos \varphi) + (\omega' \times L)_x$$

$$0 = I \frac{d}{dt} (\varphi + \omega_e \sin \lambda) + (\omega' \times L)_y$$

$$0 = I_s \frac{dS}{dt} + (\omega' \times L)_z \Rightarrow \frac{dS}{dt} = 0 \Rightarrow S = \text{const}$$

$$\Rightarrow 0 = I\ddot{\varphi} + I\omega_e^2 \cos^2 \lambda \cos \varphi \sin \varphi - I_s S \omega_e \cos \lambda \cos \varphi$$

$$S \gg \omega_e \quad \varphi = \chi \quad \text{و } \cos \varphi = \sin \chi \quad \chi = 90^\circ - \varphi$$

$$\chi + \left(\frac{I_s S \omega_e \cos \lambda}{I}\right) \sin \chi = 0 \quad \text{پس چون } \chi = 0 \text{ نوسان می کند}$$

پس در هر گره می باشد $\leftarrow$ راه گم کند در این حالت خوب مستقر شود

$$T = 2\pi \left(\frac{I}{I_s S \omega_e \cos \lambda}\right)^{1/2}$$

در حد ثابت این نوسان به اراد دانه کوچک عبارت از:

نسبت $\frac{I}{I_s} \approx 2$ بهی هر چیزی و مقادیر شبه تحت دوره تناوب اساساً بستگی به جرم و اندازه (شماره)

در به فنی کوچک پس این I باید بزرگ S باشد که دوره تناوب کوتاهی داشته باشد

۹۳

حرکت کلی جسم طلب: چرخ غلتان: حرکت کلی هر جسم را می توان شامل دور و ثابت (۱۷) حرکت انتقالی مرکز جرم

معادله (۲) دوران حول مرکز جرم که معادله $F = \frac{m dv_{cm}}{dt}$ مشهور می شود به عنوان مثال می توان حرکت

چرخ یا دیسک را که روی سطح افقی گدازد تا معادله تعادل برقرار شود. نیروهای خارجی عبارت اند از mg و عکس العمل F_p در نقطه تماس

$$\Rightarrow r_{op} \times F_p = \frac{dL}{dt} \quad F_p + mg = m \frac{dv}{dt} \quad \rightarrow r_{po} \times (m \frac{dv_{cm}}{dt} - mg) = \frac{dL}{dt}$$

سرعت مرکز جرم $v_{cm} = \omega \times r_{op} = \omega \times (-r_{op})$

در اینجا حل معادله کلی حرکت در غلتش یا به عبارتی دیگر که در این حالت چرخ در حالت تمام و حرکت غلتشی آن ثابت و یا به عبارت دیگر ثابت است

یعنی θ ترکیب 90° در شکلی است که متعام آن $\chi = 90^\circ - \theta$ و در این صورت ω هر دو یکسان می باشد تا در هر دو جهت

$$\begin{cases} \sin \chi = \chi \\ \sin \varphi = \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega = -i' \dot{\chi} + j' \dot{\varphi} \\ \omega = -i' \dot{\chi} + j' \dot{\varphi} + k' \dot{s} \end{cases}$$

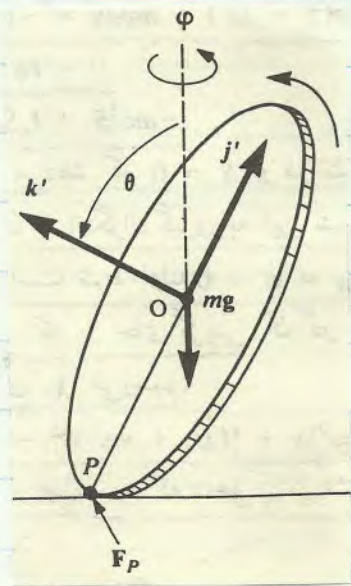
$$L = -i' I \dot{\chi} + j' I \dot{\varphi} + k' I_s \dot{s}$$

در غلتش یا به عبارتی $\Rightarrow ma^2 (\dot{\chi} - s \dot{\varphi}) - mga \chi = -I \ddot{\chi} + I_s \ddot{s} \dot{\varphi}$

شرط اول که برقرار $\varphi = -\frac{I_s \dot{s} \chi}{I} \Rightarrow 0 = I \ddot{\varphi} + I_s \ddot{s} \dot{\chi} \Rightarrow I \ddot{\varphi} + I_s \dot{s} \dot{\chi} = 0 \Rightarrow \dot{\varphi} = \dot{\chi} = 0$

$-ma^2 \dot{s} = I_s \ddot{s} \Rightarrow \dot{s} = 0 \Rightarrow s = 0$ ثابت

در نتیجه در هر دو جهت غلتش یا به عبارتی دیگر که در این حالت چرخ در حالت تمام و حرکت غلتشی آن ثابت و یا به عبارت دیگر ثابت است $\Rightarrow \dot{\varphi} = \dot{\chi} = 0$



$I_s = 2I = \frac{1}{2} ma^2$

اگر شک را به عنوان تست نازکی در نظر بگیریم

* $S^2 > \frac{mga}{2(\frac{1}{2}ma^2 + ma^2)} = \frac{g}{3a}$

چون سرعت غلتشی $v = v_{cm} = as$ است می توان معادله را به شکل زیر بیان کرد:

$v^2 > \frac{ga}{3} \Rightarrow v > 17.6$

عکس چرخ غلتان

اختصاصه د ترازو ماتریس (دریافته یک جسم صلب) : نامشروع و اختتام

$|I - \lambda I| = 0$

$\Leftrightarrow I = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix}$

هرگاه هر یک از مقادیر I_i را در نظر بگیریم

ماشور لغتی برابر یک صفتی رخ سنگ - جملع a و m در سنگه O_{xy2} بداند که o در یک آتش و خورانی x و y در طول در ضلع

$$I_{xx} = I_{yy} = \frac{ma^2}{3} \quad I_{zz} = \frac{2ma^2}{3} \quad I_{xy} = -\frac{ma^2}{4} \quad I_{xz} = I_{yz} = 0$$

$$\Rightarrow I = \begin{bmatrix} \frac{ma^2}{3} & -\frac{ma^2}{4} & 0 \\ -\frac{ma^2}{4} & \frac{ma^2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2ma^2}{4} \end{bmatrix} = -1.5 \rightarrow T = \frac{1}{2} \omega I \omega \rightarrow \omega = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

مثال: نگرهای نقره اصلی صوبه ای در سطح مشکل را حول یکی از روش های آن پیدا کنید.

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{3}ma^2 - \lambda & -\frac{1}{4}ma^2 & 0 \\ -\frac{1}{4}ma^2 & \frac{1}{3}ma^2 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3}ma^2 - \lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{2}{3}ma^2 \quad \lambda = \frac{7}{12}ma^2 \quad \lambda = \frac{1}{12}ma^2$$

و این 3 مقدار 9 عبارت از 3 نمره اصلی است

[illegible]

$$\begin{cases} (I_{xx} - \lambda) \cos \alpha + I_{xy} \cos \beta + I_{xz} \cos \gamma = 0 \\ I_{yx} \cos \alpha + (I_{yy} - \lambda) \cos \beta + I_{yz} \cos \gamma = 0 & \Leftrightarrow \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \quad * \\ I_{zx} \cos \alpha + I_{zy} \cos \beta + (I_{zz} - \lambda) \cos \gamma = 0 \end{cases}$$

$(\frac{1}{3}ma^2 - g) \cos \alpha - \frac{1}{4}ma^2 \sin \beta = 0$ چون $\lambda = \frac{3}{2}ma^2$ ہے
 $\Rightarrow$ حل سہ آسان
 $-\frac{1}{4}ma^2 \sin \alpha + (\frac{1}{3}ma^2 - g) \sin \beta = 0 \Rightarrow \gamma = 90^\circ$ if $g = \frac{1}{2}ma^2 \Rightarrow \omega^2 \gamma + \omega^2 \beta = 0$
 $(\frac{2}{3}ma^2 - g) \sin \gamma = 0$ * $2\omega^2 \gamma = 1$ کے لئے $\omega^2 = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow d = 45$$

جہاں سے $\alpha = 135^\circ$

معدن این یکس از قشرهای آهن در طول سطح زمین و عمود بر قطر و در سطح صاف قرار دارد و توده اصلی سوزن آذر است که ۱-۳ و ۲ را بنام

$$I = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \text{ma}^2$$

نکته: روابط کلی بین شتاب مرکز جرم برای حرکت چرخشی و حرکت انتقالی در 3 ← حرکت انتقالی و 3 ← حرکت چرخشی

نکته: وقتی جسم صلب متحرک بر چرخش حول یک محور ثابت باشد، مرکز جرم آن متحرک و زاویه آن در فضا یک متجه ثابت است. حرکت انتقالی ندارد.

از مستقل از سرعت دران و نقطه با هم از آنجا $L = mr^2 \dot{\theta} \rightarrow \frac{dL}{dt} = mr^2 \ddot{\theta} = \tau \text{ or } N \Rightarrow T = \frac{1}{2} mr^2 \dot{\theta}^2$

از محور دران ثابت است $N = r \times F \rightarrow N = I_2 \ddot{\theta}$ $\Rightarrow T = mr^2 \dot{\theta}^2 \Rightarrow T = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \Rightarrow \dot{\theta} = \omega$

$L = r \times p \rightarrow L = I_z \omega$ $\Rightarrow T = \frac{1}{2} I \omega^2 \Rightarrow T = \frac{1}{2} \frac{L^2}{I_z} \Rightarrow T = \frac{1}{2} \frac{p^2}{2m}$

$\Rightarrow L = I_z \omega$ $I_z \ddot{\theta} = N \text{ or } \tau$ یعنی درانی

I: یعنی ممان اینرسی انتقالی دران است و m: معادلت دران برابر تغییر حرکت. در اینجا I گشتا را میگویند. معادلت آن در برابر دران ← گشتا در برابر

$I = \int r^2 dm \rightarrow ML^2$ L شتاب حرکت درانی P, N شتاب حرکت درانی 4 است.

معادلت حرکت دران حول محور: m جسم حرکت آن یکی دران در I به مکان محور دران یکی دران.

$U(x) = - \int_{x_0}^x F(x) dx$ $U(\theta) = - \int_{\theta_0}^{\theta} N_z(\theta) d\theta \Rightarrow$

$F(x) = - \frac{dU}{dx}$ $N_z = - \frac{dU}{d\theta}$

نکته: چرخش حول یک زاویه را خواه یعنی θ برابرت دایره ای چرخش یک برابرت یعنی $d\theta$

نکته: گشتا در فضا دران - انتخاب محور دران یکی دران گشتا دران یکی دران همراه با محور دران یکی دران می شود چون یک جسم حول محور خاصی دران مختلف یعنی درانی مختلف دران.

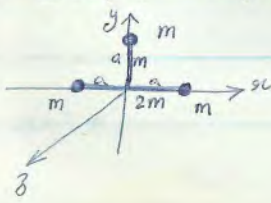
نکته: گشتا در فضا یک جسم مرکب حول یک محور معین برابر است با مجموع گشتاهای اجزای آن اجزاء مختلف جسم حول آن محور $I = I_1 + I_2 + \dots$

نکته برای احسان: پوسته یا تار که در فضا است به بار معین گشتا در فضا حول مرکز جرم که مستطیل جسم محصور در فضا و پوسته یا تار در فضا را قطع می کند آنها می شود محصور در فضا پوسته یا تار است. دران در فضا پوسته یا تار است. ← قسمتی که در فضا است.

$I_z = I_x + I_y$

نکته: یعنی دران جسم صلب حول هر محور را خواه برابر است با گشتا در فضا آن حول محور موازی آن محور که از مرکز جرم جسم می گذرد - اینها md^2 که d فاصله بین 0 و 0 است و 0 مرکز است که از مرکز جرم جسم می گذرد و محور 0 موازی 0 محور که حول آن جسم می چرخد.

مثال: مستطیل متساوی الساقین - طول 2a - طول 2b - طول 2c - طول 2d - طول 2e - طول 2f - طول 2g - طول 2h - طول 2i - طول 2j - طول 2k - طول 2l - طول 2m - طول 2n - طول 2o - طول 2p - طول 2q - طول 2r - طول 2s - طول 2t - طول 2u - طول 2v - طول 2w - طول 2x - طول 2y - طول 2z - طول 2aa - طول 2ab - طول 2ac - طول 2ad - طول 2ae - طول 2af - طول 2ag - طول 2ah - طول 2ai - طول 2aj - طول 2ak - طول 2al - طول 2am - طول 2an - طول 2ao - طول 2ap - طول 2aq - طول 2ar - طول 2as - طول 2at - طول 2au - طول 2av - طول 2aw - طول 2ax - طول 2ay - طول 2az - طول 2ba - طول 2bb - طول 2bc - طول 2bd - طول 2be - طول 2bf - طول 2bg - طول 2bh - طول 2bi - طول 2bj - طول 2bk - طول 2bl - طول 2bm - طول 2bn - طول 2bo - طول 2bp - طول 2bq - طول 2br - طول 2bs - طول 2bt - طول 2bu - طول 2bv - طول 2bw - طول 2bx - طول 2by - طول 2bz - طول 2ca - طول 2cb - طول 2cc - طول 2cd - طول 2ce - طول 2cf - طول 2cg - طول 2ch - طول 2ci - طول 2cj - طول 2ck - طول 2cl - طول 2cm - طول 2cn - طول 2co - طول 2cp - طول 2cq - طول 2cr - طول 2cs - طول 2ct - طول 2cu - طول 2cv - طول 2cw - طول 2cx - طول 2cy - طول 2cz - طول 2da - طول 2db - طول 2dc - طول 2dd - طول 2de - طول 2df - طول 2dg - طول 2dh - طول 2di - طول 2dj - طول 2dk - طول 2dl - طول 2dm - طول 2dn - طول 2do - طول 2dp - طول 2dq - طول 2dr - طول 2ds - طول 2dt - طول 2du - طول 2dv - طول 2dw - طول 2dx - طول 2dy - طول 2dz - طول 2ea - طول 2eb - طول 2ec - طول 2ed - طول 2ee - طول 2ef - طول 2eg - طول 2eh - طول 2ei - طول 2ej - طول 2ek - طول 2el - طول 2em - طول 2en - طول 2eo - طول 2ep - طول 2eq - طول 2er - طول 2es - طول 2et - طول 2eu - طول 2ev - طول 2ew - طول 2ex - طول 2ey - طول 2ez - طول 2fa - طول 2fb - طول 2fc - طول 2fd - طول 2fe - طول 2ff - طول 2fg - طول 2fh - طول 2fi - طول 2fj - طول 2fk - طول 2fl - طول 2fm - طول 2fn - طول 2fo - طول 2fp - طول 2fq - طول 2fr - طول 2fs - طول 2ft - طول 2fu - طول 2fv - طول 2fw - طول 2fx - طول 2fy - طول 2fz - طول 2ga - طول 2gb - طول 2gc - طول 2gd - طول 2ge - طول 2gf - طول 2gg - طول 2gh - طول 2gi - طول 2gj - طول 2gk - طول 2gl - طول 2gm - طول 2gn - طول 2go - طول 2gp - طول 2gq - طول 2gr - طول 2gs - طول 2gt - طول 2gu - طول 2gv - طول 2gw - طول 2gx - طول 2gy - طول 2gz - طول 2ha - طول 2hb - طول 2hc - طول 2hd - طول 2he - طول 2hf - طول 2hg - طول 2hh - طول 2hi - طول 2hj - طول 2hk - طول 2hl - طول 2hm - طول 2hn - طول 2ho - طول 2hp - طول 2hq - طول 2hr - طول 2hs - طول 2ht - طول 2hu - طول 2hv - طول 2hw - طول 2hx - طول 2hy - طول 2hz - طول 2ia - طول 2ib - طول 2ic - طول 2id - طول 2ie - طول 2if - طول 2ig - طول 2ih - طول 2ii - طول 2ij - طول 2ik - طول 2il - طول 2im - طول 2in - طول 2io - طول 2ip - طول 2iq - طول 2ir - طول 2is - طول 2it - طول 2iu - طول 2iv - طول 2iw - طول 2ix - طول 2iy - طول 2iz - طول 2ja - طول 2jb - طول 2jc - طول 2jd - طول 2je - طول 2jf - طول 2jg - طول 2jh - طول 2ji - طول 2jj - طول 2jk - طول 2jl - طول 2jm - طول 2jn - طول 2jo - طول 2jp - طول 2jq - طول 2jr - طول 2js - طول 2jt - طول 2ju - طول 2jv - طول 2jw - طول 2jx - طول 2jy - طول 2jz - طول 2ka - طول 2kb - طول 2kc - طول 2kd - طول 2ke - طول 2kf - طول 2kg - طول 2kh - طول 2ki - طول 2kj - طول 2kl - طول 2km - طول 2kn - طول 2ko - طول 2kp - طول 2kq - طول 2kr - طول 2ks - طول 2kt - طول 2ku - طول 2kv - طول 2kw - طول 2kx - طول 2ky - طول 2kz - طول 2la - طول 2lb - طول 2lc - طول 2ld - طول 2le - طول 2lf - طول 2lg - طول 2lh - طول 2li - طول 2lj - طول 2lk - طول 2ll - طول 2lm - طول 2ln - طول 2lo - طول 2lp - طول 2lq - طول 2lr - طول 2ls - طول 2lt - طول 2lu - طول 2lv - طول 2lw - طول 2lx - طول 2ly - طول 2lz - طول 2ma - طول 2mb - طول 2mc - طول 2md - طول 2me - طول 2mf - طول 2mg - طول 2mh - طول 2mi - طول 2mj - طول 2mk - طول 2ml - طول 2mn - طول 2mo - طول 2mp - طول 2mq - طول 2mr - طول 2ms - طول 2mt - طول 2mu - طول 2mv - طول 2mw - طول 2mx - طول 2my - طول 2mz - طول 2na - طول 2nb - طول 2nc - طول 2nd - طول 2ne - طول 2nf - طول 2ng - طول 2nh - طول 2ni - طول 2nj - طول 2nk - طول 2nl - طول 2nm - طول 2nn - طول 2no - طول 2np - طول 2nq - طول 2nr - طول 2ns - طول 2nt - طول 2nu - طول 2nv - طول 2nw - طول 2nx - طول 2ny - طول 2nz - طول 2oa - طول 2ob - طول 2oc - طول 2od - طول 2oe - طول 2of - طول 2og - طول 2oh - طول 2oi - طول 2oj - طول 2ok - طول 2ol - طول 2om - طول 2on - طول 2oo - طول 2op - طول 2oq - طول 2or - طول 2os - طول 2ot - طول 2ou - طول 2ov - طول 2ow - طول 2ox - طول 2oy - طول 2oz - طول 2pa - طول 2pb - طول 2pc - طول 2pd - طول 2pe - طول 2pf - طول 2pg - طول 2ph - طول 2pi - طول 2pj - طول 2pk - طول 2pl - طول 2pm - طول 2pn - طول 2po - طول 2pp - طول 2pq - طول 2pr - طول 2ps - طول 2pt - طول 2pu - طول 2pv - طول 2pw - طول 2px - طول 2py - طول 2pz - طول 2qa - طول 2qb - طول 2qc - طول 2qd - طول 2qe - طول 2qf - طول 2qg - طول 2qh - طول 2qi - طول 2qj - طول 2qk - طول 2ql - طول 2qm - طول 2qn - طول 2qo - طول 2qp - طول 2qq - طول 2qr - طول 2qs - طول 2qt - طول 2qu - طول 2qv - طول 2qw - طول 2qx - طول 2qy - طول 2qz - طول 2ra - طول 2rb - طول 2rc - طول 2rd - طول 2re - طول 2rf - طول 2rg - طول 2rh - طول 2ri - طول 2rj - طول 2rk - طول 2rl - طول 2rm - طول 2rn - طول 2ro - طول 2rp - طول 2rq - طول 2rr - طول 2rs - طول 2rt - طول 2ru - طول 2rv - طول 2rw - طول 2rx - طول 2ry - طول 2rz - طول 2sa - طول 2sb - طول 2sc - طول 2sd - طول 2se - طول 2sf - طول 2sg - طول 2sh - طول 2si - طول 2sj - طول 2sk - طول 2sl - طول 2sm - طول 2sn - طول 2so - طول 2sp - طول 2sq - طول 2sr - طول 2ss - طول 2st - طول 2su - طول 2sv - طول 2sw - طول 2sx - طول 2sy - طول 2sz - طول 2ta - طول 2tb - طول 2tc - طول 2td - طول 2te - طول 2tf - طول 2tg - طول 2th - طول 2ti - طول 2tj - طول 2tk - طول 2tl - طول 2tm - طول 2tn - طول 2to - طول 2tp - طول 2tq - طول 2tr - طول 2ts - طول 2tt - طول 2tu - طول 2tv - طول 2tw - طول 2tx - طول 2ty - طول 2tz - طول 2ua - طول 2ub - طول 2uc - طول 2ud - طول 2ue - طول 2uf - طول 2ug - طول 2uh - طول 2ui - طول 2uj - طول 2uk - طول 2ul - طول 2um - طول 2un - طول 2uo - طول 2up - طول 2uq - طول 2ur - طول 2us - طول 2ut - طول 2uu - طول 2uv - طول 2uw - طول 2ux - طول 2uy - طول 2uz - طول 2va - طول 2vb - طول 2vc - طول 2vd - طول 2ve - طول 2vf - طول 2vg - طول 2vh - طول 2vi - طول 2vj - طول 2vk - طول 2vl - طول 2vm - طول 2vn - طول 2vo - طول 2vp - طول 2vq - طول 2vr - طول 2vs - طول 2vt - طول 2vu - طول 2vv - طول 2vw - طول 2vx - طول 2vy - طول 2vz - طول 2wa - طول 2wb - طول 2wc - طول 2wd - طول 2we - طول 2wf - طول 2wg - طول 2wh - طول 2wi - طول 2wj - طول 2wk - طول 2wl - طول 2wm - طول 2wn - طول 2wo - طول 2wp - طول 2wq - طول 2wr - طول 2ws - طول 2wt - طول 2wu - طول 2wv - طول 2ww - طول 2wx - طول 2wy - طول 2wz - طول 2xa - طول 2xb - طول 2xc - طول 2xd - طول 2xe - طول 2xf - طول 2xg - طول 2xh - طول 2xi - طول 2xj - طول 2xk - طول 2xl - طول 2xm - طول 2xn - طول 2xo - طول 2xp - طول 2xq - طول 2xr - طول 2xs - طول 2xt - طول 2xu - طول 2xv - طول 2xw - طول 2xx - طول 2xy - طول 2xz - طول 2ya - طول 2yb - طول 2yc - طول 2yd - طول 2ye - طول 2yf - طول 2yg - طول 2yh - طول 2yi - طول 2yj - طول 2yk - طول 2yl - طول 2ym - طول 2yn - طول 2yo - طول 2yp - طول 2yq - طول 2yr - طول 2ys - طول 2yt - طول 2yu - طول 2yv - طول 2yw - طول 2yx - طول 2yy - طول 2yz - طول 2za - طول 2zb - طول 2zc - طول 2zd - طول 2ze - طول 2zf - طول 2zg - طول 2zh - طول 2zi - طول 2zj - طول 2zk - طول 2zl - طول 2zm - طول 2zn - طول 2zo - طول 2zp - طول 2zq - طول 2zr - طول 2zs - طول 2zt - طول 2zu - طول 2zv - طول 2zw - طول 2zx - طول 2zy - طول 2zz



$I_x = I_{x1} + I_{x2} + I_{x3} + I_{x4}$ (نوار درای خور) (نوار درای خور) (نوار درای خور) (نوار درای خور)

$\Rightarrow I_x = 0 + ma^2 + 0 + \frac{1}{3} ma^2 = \frac{4}{3} ma^2$

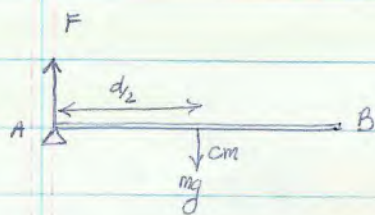
$I_y = I_{y1} + I_{y2} + I_{y3} + I_{y4}$ (نوار درای خور) (نوار درای خور) (نوار درای خور) (نوار درای خور)

$$\Rightarrow I_y = 2ma^2 + 0 + \frac{1}{12}m(a^2)^2 + 0 \Rightarrow I_y = \frac{8}{3}ma^2$$

$$I_2 \Rightarrow \text{نقشه نمایی} \Rightarrow I_2 = I_x + I_y \Rightarrow I_2 = 4ma^2$$

کتاب 74

مثال: در مورد دو اشکال الوارسی طول d و جرم m داریم که شتاب a از آن به یک شیب θ قرار دارد. اگر یک شیب θ از آن به یک شیب θ قرار دارد. اگر یک شیب θ از آن به یک شیب θ قرار دارد. اگر یک شیب θ از آن به یک شیب θ قرار دارد.



این شکل کامل می شود. اگر یک شیب θ از آن به یک شیب θ قرار دارد. اگر یک شیب θ از آن به یک شیب θ قرار دارد. اگر یک شیب θ از آن به یک شیب θ قرار دارد.

$$F = mg \times \frac{d}{2} \Rightarrow F = I \alpha \Rightarrow I = \frac{1}{3}md^2 \quad \alpha = \frac{a_{cm}}{\frac{d}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{mgd}{2} = \frac{1}{3}md^2 \frac{a_{cm}}{\frac{d}{2}} \Rightarrow a_{cm} = \frac{3}{4}g \Rightarrow mg - F = ma_{cm} \Rightarrow F = \frac{1}{4}mg$$

$$\alpha = \frac{a_{cm}}{\frac{d}{2}} \Rightarrow \frac{\frac{3}{4}g}{\frac{d}{2}} = \frac{3}{2} \frac{g}{d} \Rightarrow a_B = \alpha d \Rightarrow \frac{3}{2} \frac{g}{d} \times d \Rightarrow a_B = \frac{3}{2}g$$

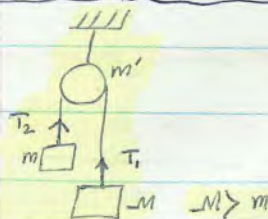
مثال: یک شیب θ از آن به یک شیب θ قرار دارد. اگر یک شیب θ از آن به یک شیب θ قرار دارد. اگر یک شیب θ از آن به یک شیب θ قرار دارد. اگر یک شیب θ از آن به یک شیب θ قرار دارد.



$$\Rightarrow mg - T = ma$$

$$N = TR = I \alpha \Rightarrow \frac{1}{2}MR^2 \frac{a}{R} = N = TR \Rightarrow T = \frac{1}{2}Ma \Rightarrow mg - \frac{1}{2}Ma = ma$$

$$\Rightarrow a = \frac{m}{\frac{M}{2} + m}g$$

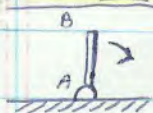


$$a = \frac{(M-m)}{M+m+\frac{1}{2}m'}g$$

و

$$T_1 = Mg - \frac{(M-m)m}{M+m+\frac{1}{2}m'}$$

$$T_2 = mg + \frac{m(M-m)}{M+m+\frac{1}{2}m'}$$



مثال: در مورد دو اشکال الوارسی طول d و جرم m داریم که شتاب a از آن به یک شیب θ قرار دارد. اگر یک شیب θ از آن به یک شیب θ قرار دارد. اگر یک شیب θ از آن به یک شیب θ قرار دارد.

را - حال تمام را برآورده، از حال بگویند. سرعت سرچشمه در هنگام برخورد با شیب θ است؟

$$E_i = E_f \Rightarrow mg \frac{b}{2} = \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow mg \frac{b}{2} = \frac{1}{2}(\frac{1}{3}mb^2)\omega^2 = \frac{1}{6}(mb\omega)^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{3gb}$$

$$\frac{1}{6}mb^2\omega^2 = mg \frac{b}{2} \Rightarrow v_B = \sqrt{3gb}$$

مثال: در مورد دو اشکال الوارسی طول d و جرم m داریم که شتاب a از آن به یک شیب θ قرار دارد. اگر یک شیب θ از آن به یک شیب θ قرار دارد. اگر یک شیب θ از آن به یک شیب θ قرار دارد.

$$P = N\omega \Rightarrow N = \frac{P}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{1800 \times 2\pi}{60} = 60\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

نیز می توانیم به روش دیگر به جواب برسیم.

$$\Rightarrow N = \frac{75 \times 10^4}{60\pi} \approx 400 \text{ نیوتون}$$

الف مرقم زمان سلطان در آن سال که هجری ماضی از اقصای کتب منقش باشد گنجد ← الف که در کتابها منقش باشد از اقصای کتب منقش باشد

$$\Rightarrow \mu_{K Mg} x a = - MK^2 d \Rightarrow d = \frac{-\mu_{K Mg} a}{K^2}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \Rightarrow 0 = \omega_0 + \alpha t \Rightarrow t = \frac{v_0 K^2}{g \sin \alpha}$$

t. مدت زمان درازن قبل از توقف

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta \quad \omega = 0 \Rightarrow \theta = \frac{1}{2} \frac{\omega_0^2 K^2}{\lg \alpha} \Rightarrow n = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{1}{4\pi} \frac{\omega_0^2 K^2}{\lg \alpha}$$

حل: نا استوار از قیود بر هم کنی لغت در این جسم $\frac{1}{8}$ لغت در این کره ای به جرم $8M$ حول می باشد از افراطیون من باشد لذا:

$$I_x = \frac{1}{8} \left(\frac{2}{5} (8M) a^2 \right) = \frac{2}{5} M a^2$$

مسئله ۲: فرض کنید $z = \frac{x^2 + y^2}{b}$ و $b = 2$ است. میانگین M است. حول محور z کدام است؟

$$\rightarrow I_z = \frac{1}{3} M b^2$$

۱۰۰

Ex 10 $M_2 = 2m$, $M_1 = 3m$

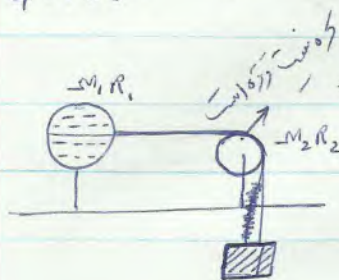
حسین m از محل کون - اندازہ سی سقوط کرد، مرنے کے آنکھ کی طرف سے دیکھا کہ فریضہ کتاب آں جیسے بہ سرتپ

$$\frac{g}{4} \sqrt{\frac{1}{2} g h} \quad 14$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}gh} \quad \frac{g}{4}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{gh} \quad \frac{g}{2}$$

$$\sqrt{gh} = g/2$$



از عقیده بابت گیس از ترس کما گیس استفاده می کنند و بعد از آن با میل گزانش را از ریح اولیای حبیب m

$$E_i = E_f \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}I_2\omega_2^2 \quad \text{: بدل جابجی}$$

$$v = R_1 \omega_1 = R_2 \omega_2 \Rightarrow I_1 = \frac{2}{3} M_1 R_1^2 \quad I_2 = \frac{1}{2} M_2 R_2^2 \Rightarrow$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{3}m_1v^2 + \frac{1}{4}m_2v^2 \Rightarrow mgh = \left(\frac{1}{2}m + m + \frac{1}{2}m\right)v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{gh}{2} \quad \begin{cases} m_1 = 3m \\ m_2 = 2m \end{cases}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{gh}{2}} \quad \text{and} \quad v^2 = 2ah \Rightarrow a = \frac{g}{2}$$

فتا. حریم نیت است. ا.

4.2.2

مثال: گفت: اسگول زمانی گنگار غیر در افق برای اسگول

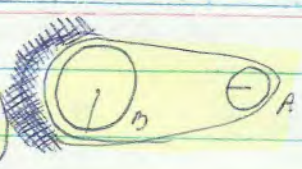
$$\int \tau dt = I(\omega_f - \omega_i) \Rightarrow \int \tau dt = I(\omega_f - \omega_i)$$

$$L = I\omega$$

$$\tau = \frac{1}{2} I \omega^2$$

مثال: گفت

$$I_A = \frac{\omega_B^2}{\omega_A^2} = \left(\frac{v_B}{R_B}\right)^2 = \frac{R_A^2}{R_B^2} \Rightarrow I_A \left(\frac{v_A}{R_A}\right) = I_B \left(\frac{v_B}{R_B}\right)$$



$$\tau = \frac{L_f - L_i}{\Delta t}$$

گفت: اینترانس روی سطح شیب داری با زاویه θ با سطح شیب در جهت شیب حرکت می کنی برای $\frac{2}{3} g \sin \theta$ است.

گفت: برای اینکه توپ به بیار از اصل معکون بدون لغزش به معنی در بیار چوب به بیار با بیار اسگول حرکت می کنی و در جهت شیب به بیار $\frac{2R}{5}$ با بیار

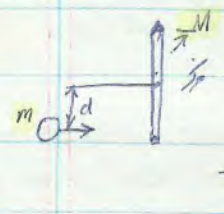
$$v_2 = \frac{v_1}{1 + \frac{I}{MR^2}}$$



از مرکز به توپ برخورد کند

در شکل مستقل

مثال: چوبی به طول L و جرم M روی سطح یک سیر افقی بدون اصطکاک قرار گرفته است. این چوب به سمت راست با سرعت v حرکت می کند. یک گلوله به جرم m و با سرعت v به چوب برخورد می کند. بعد از برخورد، چوب به سمت راست با سرعت v حرکت می کند و گلوله به سمت راست با سرعت v حرکت می کند. این چوب به سمت راست با سرعت v حرکت می کند و گلوله به سمت راست با سرعت v حرکت می کند.



مثال: چوبی به طول L و جرم M روی سطح یک سیر افقی بدون اصطکاک قرار گرفته است. این چوب به سمت راست با سرعت v حرکت می کند. یک گلوله به جرم m و با سرعت v به چوب برخورد می کند. بعد از برخورد، چوب به سمت راست با سرعت v حرکت می کند و گلوله به سمت راست با سرعت v حرکت می کند. این چوب به سمت راست با سرعت v حرکت می کند و گلوله به سمت راست با سرعت v حرکت می کند.

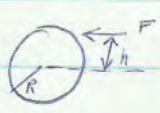
$$m v = m v_c \Rightarrow$$

$$L = I \omega \Rightarrow m r v = I_c \omega_c$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{2} I_c \omega_c^2 \quad I_c = \frac{M L^2}{12} \quad m = \frac{M L^2}{L^2 + 12 d^2}$$

مثال: چوبی به طول L و جرم M روی سطح یک سیر افقی بدون اصطکاک قرار گرفته است. این چوب به سمت راست با سرعت v حرکت می کند. یک گلوله به جرم m و با سرعت v به چوب برخورد می کند. بعد از برخورد، چوب به سمت راست با سرعت v حرکت می کند و گلوله به سمت راست با سرعت v حرکت می کند. این چوب به سمت راست با سرعت v حرکت می کند و گلوله به سمت راست با سرعت v حرکت می کند.

مثال: چوبی به طول L و جرم M روی سطح یک سیر افقی بدون اصطکاک قرار گرفته است. این چوب به سمت راست با سرعت v حرکت می کند. یک گلوله به جرم m و با سرعت v به چوب برخورد می کند. بعد از برخورد، چوب به سمت راست با سرعت v حرکت می کند و گلوله به سمت راست با سرعت v حرکت می کند. این چوب به سمت راست با سرعت v حرکت می کند و گلوله به سمت راست با سرعت v حرکت می کند.



$$\tau = \Delta p = m v \Rightarrow \tau h = I_{cm} \Delta \omega \Rightarrow \frac{2}{5} m R^2 \omega = \tau h \Rightarrow v \cdot h = \frac{2}{5} R^2 \omega$$

مثال: چوبی به طول L و جرم M روی سطح یک سیر افقی بدون اصطکاک قرار گرفته است. این چوب به سمت راست با سرعت v حرکت می کند. یک گلوله به جرم m و با سرعت v به چوب برخورد می کند. بعد از برخورد، چوب به سمت راست با سرعت v حرکت می کند و گلوله به سمت راست با سرعت v حرکت می کند. این چوب به سمت راست با سرعت v حرکت می کند و گلوله به سمت راست با سرعت v حرکت می کند.

$$f = ma \Rightarrow \mu m g = m a \Rightarrow a = \mu g \quad \text{and} \quad \frac{2}{7} v_0 = v_0 + a t \Rightarrow t_0 = \frac{2 v_0}{\mu g}$$

$$f_R = I_{cm} \alpha \Rightarrow -\mu m g R = \frac{2}{5} m R^2 \alpha \Rightarrow \alpha = -\frac{5 \mu g}{2 R} \quad \omega = \omega_0 + \alpha t \Rightarrow \text{for } t_0 \Rightarrow \omega = \frac{2}{7} \frac{v_0}{R}$$

$$\frac{9 v_0}{7 R} = \omega_0 - \frac{5 \mu g}{2 R} t_0 = \omega_0 - \frac{5 \mu g}{2 R} \left(\frac{2 v_0}{\mu g} \right) \Rightarrow \omega = \frac{2 v_0}{7 R}$$

مثال: چوبی به طول L و جرم M روی سطح یک سیر افقی بدون اصطکاک قرار گرفته است. این چوب به سمت راست با سرعت v حرکت می کند. یک گلوله به جرم m و با سرعت v به چوب برخورد می کند. بعد از برخورد، چوب به سمت راست با سرعت v حرکت می کند و گلوله به سمت راست با سرعت v حرکت می کند. این چوب به سمت راست با سرعت v حرکت می کند و گلوله به سمت راست با سرعت v حرکت می کند.

$$(mv_o)(r \sin \theta) = (mv_f) r \Rightarrow v_o \sin \theta = v_f \quad (1) \Rightarrow v_o = \sqrt{\frac{2gr}{\cos \theta}}$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{2gr}{\cos \theta}}$$

$\frac{1}{8}x \quad \frac{1}{8}y \quad \frac{1}{8}z$
 $\cdot \cdot \cdot B_{xy}$

V
نیکو هم بدلت با نیکو منبری (در هر دو) در مقابل ملائکتی است که اگر آن ملائکتی را چون روحانی شاه و کعبه هم تا و هم م غایت باشد

محمد رفیع الدین شاہ

از این شرط قابل

در حرکت دایره

۷ تفسیر من و کلام جلیل در فساد اهل بیت علی آن کو این جسم هم از تن او است و هم از روح و در اصل همان است

استند به تقابل انتقادی و درونی از هر مستقل اندیشه بر آینه نبردها، طرح دارد در جبهه صفر تا یک (در هر آینه گما^۵ ردهای نیز و ردهای ضعیف نیز قسماست)

شماره ۲: تقابل به اقتضای نیاز و محرکهای حقیقتی که برای محاسبه مؤلفه های گوناگون ها یکبار در روزند. تنگی نیاز اگر گوناگون کل برابر بعضی باشد. مؤلفه حقیقی آن

برای هر مجموعی از مجموعه‌های $\mathcal{A}$ و $\mathcal{B}$ صدق است

نکته: برای هر حسن که در مثال گفته شد $\sum \text{Text} = 0$. برای هر حسن در حال حاضر انتقالی نشد و در صورت اول هر دو نقلی که از اعتبار خارج شود.

لیکن در این دعا را چون نیت کردی آن هم در معنی دعا را بگوئی که

و در اینجا $\sum \tau = 0$

$\therefore 0 \leq x \leq 3$

از فضل و انعام و احسان و کرم و جود و سخاوت و بزرگواری و کرامت و درستی هم می گذرد که به کرامت صفت و کرامت بنامند.



اگر از غلاف A آریخته شود و در دستگاه دریا بین تراز آن و سطح جسم از حال عادی برآید.

است. گفته می‌شود که این منزل در حجم مصراعیت

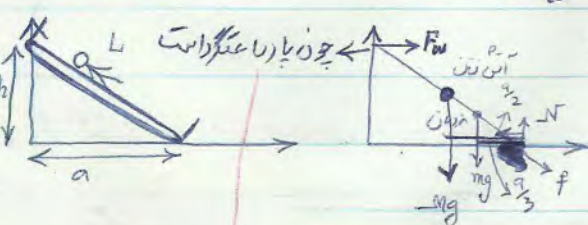
نکته: در هر چه از آسمان یا بر روی زمین که برای احصای کم و بیش آن گوییم، باید به قدری که اینگاه فقط برای احصای کم و بیش آن است و اگر در انداز تقریب می شود برای محاسبه

[illegible]

کتابت: ۱۰۰۰ در اقصای سیاحت، چپ قصه و باران سنگ در حلقه و در سبزه نایم

مثال: درای طول $L = 12\text{ m}$ و $m = 45\text{ kg}$ - نیروی کشش را در انت سرهای این تار در ارتعاش $h = 2.3$ از سطح وسطی قرار دارد. اگر ω در

$\frac{1}{3}$ طول آن را در سر ششگوش به برش واقع است. آتش^۵ میانی^۶ به $M = 72 \text{ Kg}$ و شعاع این نزدیکان ۸ م فاصله است. وزن کفگیر در برابر بدن لیدل کانال است.



$$a = \sqrt{L^2 - h^2} = 7,6$$

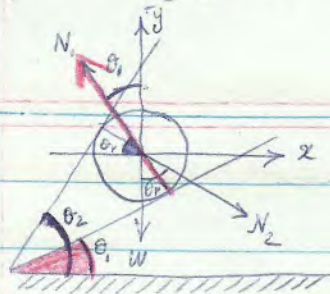
$$v \sum F_x = F_w - f = 0$$

$$\checkmark \sum F_y = N - M_g - mg = 0 \Rightarrow N = g(M + m) = 1150 \text{ N}$$

$$\sum \tau = 0 \Rightarrow (-F_W)(h) + (mg)\left(\frac{a}{2}\right) + m_Y\left(\frac{a}{3}\right) = 0 \Rightarrow F_W = \frac{mg \left(\frac{a}{2} + \frac{m_Y}{3}\right)}{h} \Rightarrow F_W = 210 \text{ N}$$

$$\Rightarrow F_w = f = 410 \text{ N}$$

نشان: حرکت کنونی به وزن W در میان دو سطح شیب دار با زوایای θ_1 و θ_2 - حال سکون دارد. از این مسئله چه اطلاعاتی در دسترس شماست؟
 که فقط تیرکه را در نظر می‌گیریم و برش می‌زنیم.



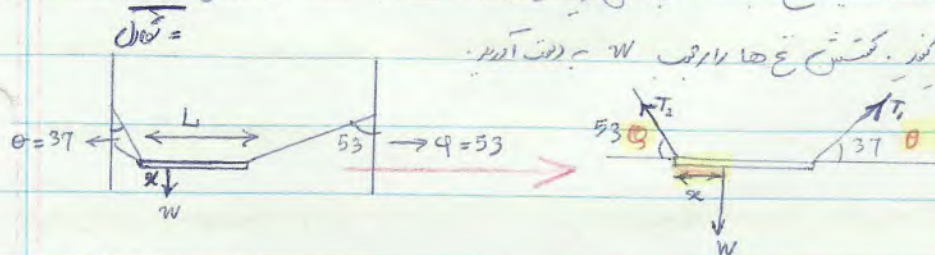
$$\sum F = 0 \Rightarrow \begin{cases} N_1 \cos \theta_1 = N_2 \cos \theta_2 + W & (1) \\ N_1 \sin \theta_1 = N_2 \sin \theta_2 & (2) \end{cases} \Rightarrow N_2 = N_1 \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \rightarrow \text{جابجایی}$$

$$\Rightarrow N_1 = \frac{W \sin \theta_2}{\sin(\theta_2 - \theta_1)} \quad N_2 = \frac{W \sin \theta_1}{\sin(\theta_2 - \theta_1)}$$

نیروی وارده بر گره از طرف سطح ۱

نکته: با وزن اینک اطلاعات ما در این معادلات دیگر، در این صورت نیروی عکس العمل هر سطح را می‌توانیم در دسترس داشته باشیم. و در هر دو مسئله می‌توانیم به آن رویت در این حالت نیز، هر دو عکس العمل معادلات را با هم در نظر بگیریم.

نشان: یک سازه کنونی به طول L - وزن W - در یک سطح شیب دار قرار گرفته شده است. در حالت تعادل در حال سکون قرار دارد. فاصله مرکز ثقل را به اندازه x از انتهای سمت چپ، x ، و به 53° از انتهای سمت راست 53° - کشش نخ‌ها را در W به دست آوریم.



$$\sum \vec{F} = 0 \quad (1) \quad (1) \Rightarrow \begin{cases} T_1 \cos 37^\circ = T_2 \cos 53^\circ & (3) \\ T_1 \sin 37^\circ + T_2 \sin 53^\circ = W & (4) \end{cases}$$

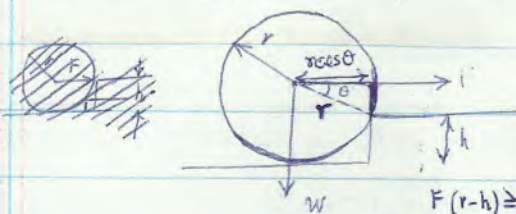
$$\Rightarrow (2) \rightarrow Wx = T_1 \sin 37^\circ \times L \quad (5) \quad \cos 37^\circ = \sin 53^\circ = 4/5 \quad \sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 3/5$$

$$\Rightarrow 3,4/ \Rightarrow T_1 = 16W \quad T_2 = 18W$$

نکته: $\Rightarrow T_1 = \sin \theta W$
 $T_2 = \sin \phi W$
 $\Rightarrow 5,6/ \Rightarrow x = 16L$

$$x = \frac{\tan \theta \cdot \cot \phi}{1 + \tan \theta \cdot \cot \phi} L$$

نشان: برای اینکه چه اندازه ای از نیروی F ، که باید به آن وارد شود تا آنکه در نقطه P از وزن آن W بگذرد.



برای اینکه چه اندازه ای از نیروی F بگذرد تا آنکه در نقطه P از وزن آن W بگذرد. F نسبت به نقطه P بزرگتر یا مساوی گشتاور نیروی وزن W نسبت به نقطه P باشد.

$$F(r-h) \geq W r \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{\sqrt{r^2 - (r-h)^2}}{r} \quad \text{و} \quad F(r-h) \geq W r \cos \theta$$

$$\Rightarrow F \geq \frac{W \sqrt{h(2r-h)}}{r-h}$$

هرگاه جسم فقط تحت تأثیر نیروی کشش باشد، این نیروها را هم می‌توانیم به خط افقی کشیده و هم نیروی کشش را.

نشان: وزن کشنده برای اینکه بار را با شتاب 40 m/s^2 از دروازه - آن در درگاه - با استفاده از بار 12 m برای شکستن این بار.

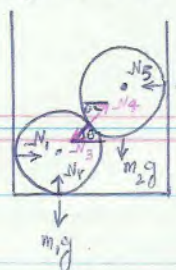


$$\Rightarrow F \times 12 - 40 \times 2,6 = 0 \Rightarrow F = 8,85 \text{ N}$$

$$\leftarrow \text{از این جهت: } \sum \tau = 0$$

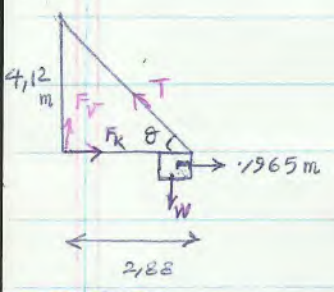
مثال: در یک سیستم یکسان برآورد وزن هر کوا W است و در هر یک از کوا W است. برآوردی را که به حرکت از دور در دور می‌آید.

98

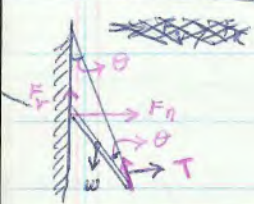


افقی: $N_3 = N_4 = \frac{W}{\sin \theta}$
 عمودی: $N_1 = N_5 = W \cot \theta$
 $N_2 = 2W$

مثال: در یک سیستم یکسان برآورد وزن هر کوا W است و در هر یک از کوا W است. برآوردی را که به حرکت از دور در دور می‌آید.

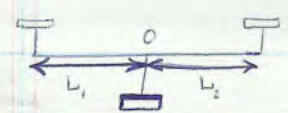


$\sum F_y = 0 \Rightarrow T \sin \theta + F_v = mg$
 $\sum F_x = 0 \Rightarrow T \cos \theta = F_k$
 $\Rightarrow \sin \theta = \frac{4.12}{\sqrt{4.12^2 + 2.88^2}}$
 $\Rightarrow \cos \theta = \frac{2.88}{\sqrt{4.12^2 + 2.88^2}}$
 $F_k = 23, F_v = 172, T = 46$



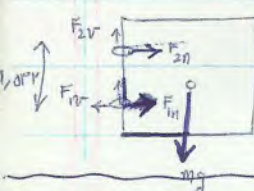
$T = \frac{W \sin(\frac{\pi}{2} - \theta)}{2 \sin \theta}$ if $\theta = 27^\circ \Rightarrow T = 416$
 $F_n = T \cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = 238$
 $F_k = W - T \sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = 172 \Rightarrow F_k < F_n$

مثال: در یک سیستم یکسان برآورد وزن هر کوا W است و در هر یک از کوا W است. برآوردی را که به حرکت از دور در دور می‌آید.



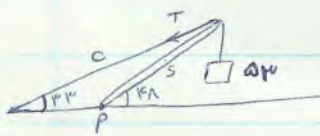
برابر است m
 $m = \sqrt{m_1 m_2}$

مثال: در یک سیستم یکسان برآورد وزن هر کوا W است و در هر یک از کوا W است. برآوردی را که به حرکت از دور در دور می‌آید.



$F_{1v} = F_{2v} = \frac{mg}{2} = 131 \text{ N}$
 $F_{1n} \times 1.552 - mg \times (\frac{1.907}{2}) = 0 \Rightarrow F_{1n} = 80 \text{ N} \Rightarrow F_{1n} + F_{2n} = 0 \Rightarrow F_{2n} = -80 \text{ N}$

مثال: در یک سیستم یکسان برآورد وزن هر کوا W است و در هر یک از کوا W است. برآوردی را که به حرکت از دور در دور می‌آید.



$\sum \tau = 0 \Rightarrow m_2 g \frac{l}{2} \cos \theta + m_2 g l \cos \theta - T l \sin \beta = 0$
 $F_v - T \cos \alpha = 0 \Rightarrow F_v = 124, F_n = (w_1 + w_2) + T \sin \alpha = 0 \Rightarrow F_n = w_1 + w_2 + T \sin \alpha = 141$

مثال: در یک سیستم یکسان برآورد وزن هر کوا W است و در هر یک از کوا W است. برآوردی را که به حرکت از دور در دور می‌آید.

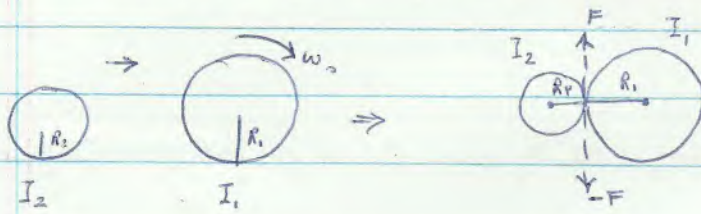


قرار می‌دهیم کشش T که در آن است؟ حل: هر چه سنگ که در آن خطی که از یک نیم کره به سمت مرکز آن کشیده می‌شود نیروی W را دارد. این نیروی W را می‌توانیم به دو نیروی $W \cos \theta$ و $W \sin \theta$ تقسیم کنیم. $T \times R = \frac{W}{2} \times (\frac{3}{8} R) \Rightarrow T = \frac{3}{32} W$

تست: سلاق مثل در امتداد R_1, R_2 و در امتداد I_1, I_2 اگر I_1 و I_2 استوانه بزرگتر، نسبت برابر به در حال چرخش است و استوانه کوچک چرخش ندارد و استوانه کوچک به مدت استوانه بزرگ حرکت داده می شود تا این خاص حاصل کرده برابر نیروی لفظی استکان بین استوانه شروع به دوران کند

میراث I_1 و I_2 متوقف می شود و استوانه I_1 به سرعت خاص I_1 و I_2 در جهت مختلف هم می چرخد و در امتداد I_1 استوانه کوچکتر کدام است

F : نیروی لفظی استکان بین دو استوانه



$$FR_1 = I_1 \alpha_1 = I_1 \frac{\omega_1 - \omega_2}{t} \quad (1)$$

$$FR_2 = I_2 \alpha_2 = I_2 \frac{\omega_2}{t} \quad (2)$$

معادله یوتوش داریم $\Rightarrow R_1 \omega_1 = R_2 \omega_2 \Rightarrow \omega_1 = \frac{R_2}{R_1} \omega_2$

نسبت I_1 استوانه کوچکتر $\Rightarrow \frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{I_1 (\omega_1 - \omega_2)}{I_2 \omega_2} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} I_2 \omega_2 = I_1 (\omega_1 - \omega_2) \Rightarrow \omega_2 = \frac{R_2 R_1 I_1 \omega_1}{R_1^2 I_2 + R_2^2 I_1}$

نسبت I_2 استوانه بزرگتر $\Rightarrow \omega_1 = \frac{R_2^2 I_1}{R_1^2 I_2 + R_2^2 I_1} \omega_2$

تست: شخصی به جرم m روی گانه یک (یک نفری دانش به جرم M و شعاع R دایره در امتداد I ، ساکن ایستاده است. این شخص ساق به جرم m را در امتداد افقی مماس بر گانه شخص را یک با سرعت v حرکت به سمت چپ می دهد. یک توده آردانه فول خور نامی کارگر ساق می دهد، چرخه سرعت را به این یکی بین از برای ننگ کدام است؟ حل: نگاه داریم لیتم باید است وسیع

$$L_i = L_f \Rightarrow 0 = mvr - (I + mR^2)\omega$$

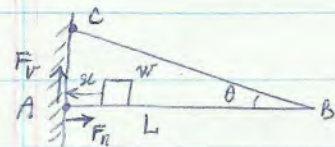
$$\Rightarrow \omega = \frac{mvr}{I + mR^2}$$

سوالی به جرم m در امتداد بر گانه فول لفظی در امتداد R دایره در امتداد I با سرعت v حرکت به سمت چپ می کند و فول با سرعت v در امتداد I حرکت می کند. آردانه فول خور نامی کارگر ساق می دهد و فول در امتداد R دایره در امتداد I حرکت می کند و فول در امتداد I حرکت می کند و فول در امتداد R دایره در امتداد I حرکت می کند

$$L_i = L_f \Rightarrow L_i = I\omega + mvr$$

$$L_f = I'\omega' = (I + mR^2)\omega' \Rightarrow \omega' = \frac{I\omega + mvr}{I + mR^2}$$

مثال: یک تارک لغزنده AB - طول L از سر A - دیواره B است و دیواره B آن توسط یک سیم نازک BC که به دیوار C می‌باشد و θ می‌باشد. سیم نازک است. وزن w یک جرم m است. فرض کنید وزن w را می‌توان از طریق این سیم حساب کرد. شکل زیر را مشاهده کنید. θ مشخص می‌شود. این کشش سیم T را بصورت تابعی از x بیان کنید. طولهای AB و BC را L و l فرض کنید.



اگر x را برای مثال درونی w نسبت به نقطه A داریم $w x = T L \sin \theta$

$$T = \frac{w x}{L \sin \theta}$$

ب) $\sum F_x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_n - T \cos \theta = 0 \\ F_v + T \sin \theta - w = 0 \end{cases} \Rightarrow T \cos \theta = \frac{w x}{L \sin \theta} \Rightarrow \cos \theta = \frac{w x}{L \sin \theta}$

ج) $F_v = w - T \sin \theta = w - \frac{w x}{L \sin \theta} \sin \theta = w (1 - \frac{x}{L})$

مثال در شکل فوق طول AB برابر $2,7$ و $\theta = 32^\circ$ و $w = 520$ N است. حرکت کشش سیم w را در نظر بگیرید که 520 N است. این سیم در x از A به سمت B قرار دارد و w در x از A به سمت B قرار دارد.

پس از آنکه w را در x از A به سمت B قرار دارد $w x + w \frac{L}{2} - T L \sin \theta$

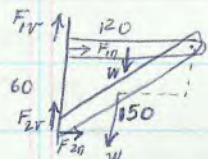
$$x = \frac{T L \sin \theta - w \frac{L}{2}}{w} = \frac{520 (2,76) \sin 32 - 174 (\frac{2,76}{2})}{315} = 1,56 \text{ m}$$

ب) شرط تعادل در امتداد افقی می‌گیریم:

$$F_n = T \cos \theta = 520 \cos 32 = 440,19$$

$$T_v = w + w' - T \sin \theta = 315 + 174 - 520 \sin 32 = 233 \text{ N}$$

مثال در شکل زیر در یک کنواست هر کدام از یک سر دیواری کوتاه‌تر است. مهرهای آزاد این دو سر یک تابع w و w' هم در هر دو سر است. طولهای AB و BC را L و l فرض کنید.



$$F_{1v} \cdot AC - w_1 \cdot OC = 0 \Rightarrow F_{1v} = \frac{w_1 \cdot OC}{AC} = \frac{120 \times \frac{AC}{2}}{AC} = 60 \text{ lb}$$

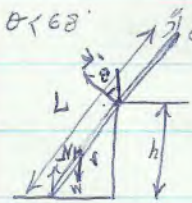
$$F_{1v} + 2 F_{2v} - w_1 - w_2 = 0 \Rightarrow F_{2v} = \frac{w_1 + w_2 - F_{1v}}{2} = \frac{120 + 150 - 60}{2} = 105 \text{ lb}$$

$$F_{1n} + F_{2n} = 0 \Rightarrow F_{1n} = F_{2n}$$

شرط تعادل درونی نسبت به C می‌گیریم

$$-F_{2n} \cdot AB + F_{1v} \cdot AC + w_2 \cdot CH = 0 \Rightarrow -F_{2n} \times 6 + 60 \times 8 + 150 \times 4 = 0 \Rightarrow F_{2n} = 180 \text{ lb} \Rightarrow F_{1n} = -180 \text{ lb}$$

مثال: یک سازه ای به وزن 274 N و طول $L = 5,23$ m در این سازه یک سیم کشیده شده است که از A به B می‌باشد. $\theta = 68^\circ$ و $h = 2,87$ m است.



$$\begin{cases} (f_s) \mu_s N_2 - N_1 \sin \theta = 0 \\ -N_1 \cos \theta + N_2 - w = 0 \end{cases}$$

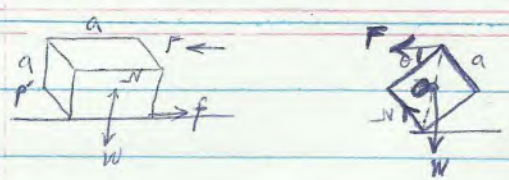
برای تعادل انتقالی w را در h از A به سمت B قرار دارد.

$$w \frac{L}{2} \cos \theta = \frac{N_1 h}{\sin \theta} = 0$$

$$N_2 = w - N_1 \cos \theta = 274 - 104,7 \cos 68 = 234,7$$

$$\mu_s = \frac{N_1 \sin \theta}{N_2} = \frac{104,7}{234,7} \sin 68 = 0,413 \Rightarrow N_1 = \frac{w L \sin 2\theta}{4 h} = 104,7 \text{ N}$$

مثال: یک جسمی مکعب شکل که با سطح برشته است 882 N وزن دارد. می خواهیم این جسم را از روی یک سطح شیبی از لبه های پایانی آن جدا کنیم. این کمترین نیروی لازم چقدر است. با جهت تصحیح: این کمترین نیروی لازم چقدر است. ج. آماره نوشتاری برای محاسبه جهت درجه دارد. اگر درجه دارد



کمترین نیروی که به این منظور باید مستقیماً - جهت دارد (چقدر است؟)

این در سطح شیبی است. نیروی وارد از سطح بر وجه ارتفاعی P می گردد و P و PP'

قطع می کند. برای غلبه جهت حول PP' باید داشته باشیم

$$F a \geq W \cdot \frac{a}{2} \quad \text{یا} \quad F_{min} = \frac{W}{2} = \frac{882}{2} = 441 \text{ N}$$

نظارت: $W = 882 \text{ N}$ لذا $\frac{F}{W} \geq \frac{1}{2}$ سطح نهایی $F_{min} = \frac{W}{2} = \frac{882}{2} = 441 \text{ N}$ برای مثال: برای مثال: $F = f_s \leq W$ یا $F = f_s$

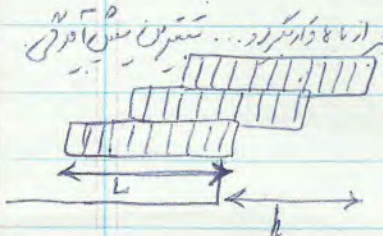
ری: $W = 882 \text{ N}$ لذا $\frac{F}{W} \geq \frac{1}{2}$ یا $F \geq \frac{W}{2} = 441 \text{ N}$ ج. اگر نیروی 4 مطابق شکل تحت زاویه مشخص

سطح پایانی چه آن دارد گردد. نه برای این غلبه جهت حول PP' باشد $F(\sqrt{2}a) \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) \geq W \cdot \frac{a}{2}$

برای کمترین F: $\sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = 1$ یا $\theta = \frac{3}{4}$ $F_{min} = 315 \text{ N}$

یا $F \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) \geq 315 \text{ N}$

مثال: یک جسمی مکعب شکل که با سطح برشته است 882 N وزن دارد. می خواهیم این جسم را از روی یک سطح شیبی از لبه های پایانی آن جدا کنیم. این کمترین نیروی لازم چقدر است. با جهت تصحیح: این کمترین نیروی لازم چقدر است. ج. آماره نوشتاری برای محاسبه جهت درجه دارد. اگر درجه دارد



$$h = \frac{L}{2} (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n})$$

$$x_{cm} = \frac{L}{2} (1 + \frac{n-1}{n})$$

برای اینکه آنجا از مرکز بریزد $0 < x_{cm} < L$

$$n-1 < n < n+1 \Rightarrow n=1 \Rightarrow 0 < n < 2$$

$$n = \infty \Rightarrow -\infty < n < \infty$$

$$N = n \Rightarrow N = \infty$$

مثال: در شکل زیر یک جسمی به ارتفاع r و وزن W و یک نیروی افقی ثابت P که به سمت راست وارد می شود. این جسم را از روی یک سطح شیبی از لبه های پایانی آن جدا کنیم. این کمترین نیروی لازم چقدر است. با جهت تصحیح: این کمترین نیروی لازم چقدر است. ج. آماره نوشتاری برای محاسبه جهت درجه دارد. اگر درجه دارد

جهت: این که در این سطح باشد، ارتفاع h از لبه پایانی $h = r(1 - \frac{\mu W}{P})$ باشد. این جسم را از روی یک سطح شیبی از لبه های پایانی آن جدا کنیم. این کمترین نیروی لازم چقدر است. با جهت تصحیح: این کمترین نیروی لازم چقدر است. ج. آماره نوشتاری برای محاسبه جهت درجه دارد. اگر درجه دارد

در درجه که در آن یک جسم در حال تعادل است. ج. آماره نوشتاری برای محاسبه جهت درجه دارد. اگر درجه دارد

ماتریس جهت: $P(r-h) - f_r = 0$ چون $W = \mu W$ یا $f = \mu W$ $P(r-h) - \mu W r = 0$ یا $h = r(1 - \frac{\mu W}{P})$

که می دهد $f = \mu W = P(1 - \frac{h}{r})$ یا $h = r(1 - \frac{\mu W}{P})$

که می دهد $f \neq P$ لذا که در حال تعادل نیست. برای $h = 0$ این نیروی P را به سمت راست وارد می کند. این جسم را از روی یک سطح شیبی از لبه های پایانی آن جدا کنیم. این کمترین نیروی لازم چقدر است. با جهت تصحیح: این کمترین نیروی لازم چقدر است. ج. آماره نوشتاری برای محاسبه جهت درجه دارد. اگر درجه دارد

ج. آماره نوشتاری: $f = P$ یا $f_r = P(r-h)$

نیروی P تحت زاویه θ نسبت به افق به طرف بالا از نقطه ای که در مرکز است:

$$f_r = \mu(W - P \sin \theta)$$

$$f_h = P \cos \theta \quad P \sin \theta = f_r = \mu(W - P \sin \theta) \Rightarrow \sum F = 0$$

۱۰۰

$$\rho \cos \theta (r-h) = \rho (\omega - \rho \sin \theta) r \Rightarrow h=0$$

این در رابطه‌ی دهم

نوا صفت نو از تعریف هکت ρ برای داشتن معادل انتهای در درانی که باید نقطه‌ی انرژی ρ پاره - پاره‌ی ترمین نقطه‌ی که دارد می‌گردد.

مثال: جایی با شعاع r در میانه‌ی است این حال فقط در صورتی در معادل باید داشت (حالت نقطه‌ی مرکز اخذ می‌شود) که در شعاع مرکز r داده اند به نوبه

شده در حال است - مرکز طاز از ρ می‌باشد.

مثال: می‌گوییم - جایی که شعاع a و جایی که شعاع r برای شرط معادل باید برای هکت باید داشته باشیم $r > \frac{a}{2}$



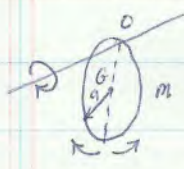
آونگ تیرگی: آونگ تیرگی یا آونگ کُلب ← در جسم هلی لولای می شود که در مرکز سطح زمین حول یک محور لقی ثابت آزادانه نوسان در می آید.
تفاوت آونگ تیرگی با آونگ ساده در آن است که در آونگ تیرگی جسم آونگ در طول آن نوسان خود را در یک راستا دارد، در آونگ ساده در یک خط مستقیم

ما سطح لای آونگ را در یک جسم لقی در آن حول نقطه آونگ

$$\ddot{\theta} + \frac{mgL}{I_0} \theta = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{mgL}{I_0}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{mgL}} \xrightarrow{\text{برای آونگ ساده}} T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

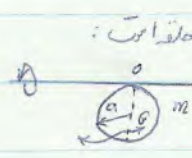
- مرکز نوسان ← راصع - فصل 8

مثبت: حلقه را در این تکلیف می بینیم که آونگ تیرگی حول یک محور ثابت می باشد که از نقطه ای در سطح زمین می گذرد، نوسان می کند. چنانچه در دو مثال نوسانات کم را در حلقه قتی می بینیم نوسان می برد بر مبنای حلقه است. T_1 در حلقه ای که در نوسان در مبنای حلقه است T_2 با بدنه است $\frac{T_1}{T_2}$ کما است؟



$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{mgL}} \quad I_0 = I_{cm} + ma^2 = 2ma^2 \quad l = a \quad T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{2a}{g}}$$

حلقه در مبنای حلقه است:



$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{mgL}} \quad I_0 = I_{cm} + ma^2 = \frac{1}{2}ma^2 + ma^2 = \frac{3}{2}ma^2 \quad l = a \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{3a}{2g}} \quad \frac{T_1}{T_2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

مثبت: بدنه را در این تکلیف می بینیم که طول L و در m را از یک است. در این مثال می بینیم که در نوسان در مبنای حلقه قتی می بینیم نوسان می برد بر مبنای حلقه است. T_1 در حلقه ای که در نوسان در مبنای حلقه است T_2 با بدنه است $\frac{T_1}{T_2}$ کما است؟

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{mgL}} \quad I_0 = \frac{1}{3}mL^2 \quad I_0 = \frac{1}{3}mL^2 \quad l = \frac{L}{2}$$


$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}}$$

مثبت: سطح را در این تکلیف می بینیم که طول a و در m را از یک است. در این مثال می بینیم که در نوسان در مبنای حلقه قتی می بینیم نوسان می برد بر مبنای حلقه است. T_1 در حلقه ای که در نوسان در مبنای حلقه است T_2 با بدنه است $\frac{T_1}{T_2}$ کما است؟



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{mgL}} \Rightarrow I = \frac{1}{6}ma^2 \quad l = \frac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{2\sqrt{3}a}{3g}} = \sqrt{\frac{L}{g}} 2\pi$$

$$\Rightarrow L = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$$

مثبت

نکته: سلبه، دایک مکتوباتی: طول ۸ و حجم ۳۸ - بطور تقریبی درسی یک سطح انحنای بر وزن اصدطاکان استیاده است. یک خرب سباز کو حاک باغی می شود سلبه

از قاع خارج شده و به سیرک اندازه‌ی سرعت خالی و مرکز جرم به هم می‌آید که اگر در آن سطح لغز می‌تواند ←

$$\dot{y} = \sqrt{\frac{3}{4} g b}$$

$$y = \frac{b}{2} \quad \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\dot{y} = \sqrt{\frac{5gy \sin^2 \theta}{3 \sin^2 \theta + 1}} \quad \leftarrow \text{سرعت افقی در هر نقطه}$$

درای سرعت دو اشیا میله حتماً برابر میله با سطح صاف است:

مثال: احسان، فزاد، زید، قاسم، علی، محمد، احمد، حسن، حسین، سید، سعید، شمس، شمس‌الدین، شمس‌الاحمد، شمس‌المسلمین، شمس‌الرحمن، شمس‌الرضا، شمس‌الکریم، شمس‌الکرم، شمس‌الجمال، شمس‌الجلال، شمس‌الانوار، شمس‌البرق، شمس‌الشمس، شمس‌القمر، شمس‌الکواکب، شمس‌النجوم، شمس‌الارض، شمس‌السموات، شمس‌الارضیه، شمس‌السمویه، شمس‌القمریه، شمس‌الکواکبه، شمس‌النجمه، شمس‌الارضیه، شمس‌السمویه، شمس‌القمریه، شمس‌الکواکبه، شمس‌النجمه

حاصلہ قریں ۷ کڑی سوکر کڑی تو مانی

تال : سواری : جبرم : یافیر - در استوائی : جرم : م : ارتفاع R : محدوده تیره لوت این برابر با چنان سراسر - طرف ایلی قسم در حاکم / از بدین دوار استوار

خود به از آسمان بیاورید. هنگامی که سرش را بیاورید آسمان - با سرش طبل نواز بازنده قهر است.

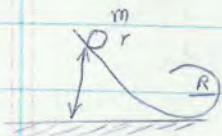


$$-mg - T = 0 \quad T R = \frac{1}{2} M R^2 \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2T}{-MR} \quad \alpha = \frac{2g}{R} \quad \omega^2 - \omega_0^2 = 2\psi$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\omega^2}{2\alpha} = \frac{R\omega^2}{4g}$$

فصل ۵: مطابق شکل گلوله تیز کوکلی با جرم m و سرعت v از نقطه ای واقع بر سطح مسطح به سمت بالا پرتاب شده از حال سکون و جایی شود و در این لحظه بیش از یکبار

کمترین ارتفاع اولیه گلوله، h چنانچه گلوله بتواند مسیر (ایروای) آنه ای شکل را در سرتاسر شیب (ایروای) مسیری R است و $R \gg r$



$$-N + mg = m \frac{v^2}{R}$$

وقتی گلوله در آستانه جدا شدن باشد داریم $\rightarrow v=0 \rightarrow r^2=Rg$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + mg(2R) \rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mr^2\right)\omega^2 + 2mgR \Rightarrow$$

$$gh = \frac{7}{10} v^2 + 2gR \Rightarrow gh = \frac{7}{10} Rg + 2Rg = 2,7 Rg \quad h_{\min} = 2,7 R$$

h_{min} کف ارتفاع از سطح کار است

برای آنکه گلوله بتواند دایره استواری

مسرح الفنون

مثال: در دو گلوله تیرکشی خود را می کشد شده است. شعاع خود $\frac{1}{2}$ شعاع گلوله است. نشان دهید که شتاب این گلوله هنگام غلتش برابر است با $\frac{1}{2}$ شتاب گلوله است.

لازمی سطح دار $\frac{98}{101}$ شتاب گلوله تیرکشی را می کشد شده است.



$$I = I_2 - I_1 \quad I_2 = \frac{2}{5} m_2 r_2^2$$

برای I_{cm} که خود را از قعر بر هم می کشد می کشد

$$I_1 = \frac{2}{5} m_1 r_1^2$$

$$m_1 = \frac{1}{8} m_2$$

$$r_2 = \frac{1}{2} r_1 = \frac{1}{2} R$$

$$I_1 = \frac{1}{32} I_2$$

$$I = \frac{31}{32} I_2 = \frac{31}{32} \times \frac{2}{5} m_2 r_2^2$$

$$I = \frac{31}{80} \times \frac{8}{7} m_2 r_2^2 = \frac{31}{70} m R^2$$

اگر m جسم که خود را می کشد داریم $m = \frac{7}{8} m_2$

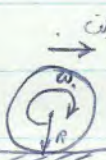
$$K^2 = \frac{I}{m} = \frac{31}{70} R^2 \quad \leftarrow a = \frac{g \sin \theta}{1 + \frac{K^2}{R^2}}$$

که در آن m جسم که خود را می کشد R شعاع سطح آن است. حال

$$a = \frac{g \sin \theta}{1 + \frac{31}{70}} = \frac{70}{101} g \sin \theta$$

$$a = g \sin \theta = \frac{5}{7} g \sin \theta$$

مثال: سه گلوله m شعاع R در شعاع چرخش حول مرکز K در نظر بگیرید. در هر دو از حالات زیر سرعت مرکز جرم m را در لحظه شروع غلتش محاسب و در آن زمان که طول می کشد تا شروع حرکت غلتش را محاسب کنید. در هر دو حالت m را در نظر بگیرید. در هر دو حالت m را در نظر بگیرید. در هر دو حالت m را در نظر بگیرید.



در هر دو حالت $v_1 = 0$ $v_2 = 0$

$$F = \mu mg = ma = m \frac{v - v_0}{t} \quad (1)$$

در هر دو حالت $v = R\omega$ در هر دو حالت $v = R\omega$

$$\mu mg R = I \alpha = I \frac{\omega - \omega_0}{t} \Rightarrow v = R\omega$$

$$\mu mg R \frac{v}{\mu g} = I \left(\frac{v}{R} - \frac{v_0}{R} \right) \quad I = m K^2 \quad v = \frac{K^2}{R} \left(\frac{v}{R} - \frac{v_0}{R} \right)$$

$$v = \frac{R\omega_0}{1 + \frac{R^2}{K^2}}$$

که در آن v سرعت خطی مرکز جرم در لحظه شروع غلتش است. در هر دو حالت $v = R\omega$

$$t = \frac{R\omega_0}{\mu g} \left(\frac{1}{1 + \frac{R^2}{K^2}} \right)$$

$$K^2 = \frac{2}{5} R^2 \rightarrow v = \frac{2}{7} R\omega_0 \quad t = \frac{2}{7} \frac{R\omega_0}{\mu g}$$

چنانچه این روابط را با این که $v = R\omega$ داریم

در هر دو حالت $v = R\omega$

$$K^2 = \frac{1}{2} R^2 \rightarrow v = \frac{1}{3} R\omega_0 \quad t = \frac{1}{3} \frac{R\omega_0}{\mu g}$$



در هر دو حالت $v = R\omega$

در هر دو حالت $v = R\omega$ در هر دو حالت $v = R\omega$ در هر دو حالت $v = R\omega$

$$F = ma \quad \mu mg = m \frac{v_0 - v}{t} \Rightarrow F R = I \alpha = I \frac{\omega_0 - \omega}{t} \quad \omega_0 = 0 \quad \mu mg R = I \frac{\omega}{t}$$

$$\omega_0 = 0$$

$$\mu mg R = I \frac{\omega}{t}$$

$$v = R\omega$$

در هر دو حالت $v = R\omega$

$$(13) \quad \mu g \left(\frac{\omega K^2}{\mu g R} \right) = v_0 - v$$

$$v \left(\frac{K^2}{R^2} \right) = v_0 - v$$

$$v = \frac{v_0}{1 + \frac{K^2}{R^2}}$$

که در آن v سرعت خطی مرکز جرم در لحظه برخوردی غلتش خاص است. زمان لازم برای شروع غلتش خاص نیز عبارت است از

$$t = \frac{v_0}{g} \left(\frac{1}{1 + \frac{R^2}{K^2}} \right)$$

چونکه این حالت را برای یک توپ به کار می‌بریم، داریم:

$$K^2 = \frac{2}{5} R^2 \rightarrow v = \frac{5}{7} v_0$$

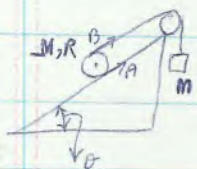
$$t = \frac{2}{7} \frac{v_0}{g}$$

$$K^2 = \frac{1}{2} R^2 \rightarrow v = \frac{2}{3} v_0$$

$$t = \frac{1}{3} \frac{v_0}{g}$$

در این استوانه داریم:

مثال: مطابق شکل نوار نازک دیگری به دور استوانه ای به جرم M و شعاع R دوری سطح شیبی به زاویه θ قرار دارد و به سرعت v_0 از پایین به بالا می‌آید. این نوار از یک طرف به یک طرف دیگر به جرم m متصل شده است. ما فرض می‌کنیم که استوانه غلتش کامل دارد و ثابت مرکز جرم آن را همگام با این استوانه می‌گیریم. در این لحظه که نوار به سمت بالا می‌آید، نوار را رها می‌کنیم.



$$-mg \sin \theta - T - f = Ma_{cm} \quad \text{and} \quad (mg \sin \theta) R - T(2R) = I_A \alpha$$

$$T - mg = ma_b$$

$$a = a_b = 2a_{cm}$$

$$I_A = I_{cm} + MR^2 = \frac{3}{2} MR^2$$

$$T = mg + 2ma_{cm} \quad a = \frac{a_{cm}}{R}$$

$$a_{cm} = \left(\frac{-m \sin \theta - 2m}{3M + 8m} \right) 2g$$

$$T = \left(\frac{3 + 4 \sin \theta}{8 + 3 \frac{M}{m}} \right) mg$$

مثالی دیگر در باره استوانه که جرم آن است.

مثال: مطابق شکل یک گوی به جرم m_2 به وسیله یک نخ به یک گوی دیگر به جرم m_1 متصل شده است. نخ از یک سطح شیبی به زاویه θ قرار دارد. ضربه ای به گوی m_1 داده می‌شود که آن را به سمت بالا حرکت دهد. ما فرض می‌کنیم که گوی m_1 به سمت بالا حرکت می‌کند و گوی m_2 به سمت پایین حرکت می‌کند. ما می‌خواهیم بدانیم که گوی m_1 به چه سرعتی به سمت بالا حرکت می‌کند.



$$T + m_2 g \sin \theta - \mu m_2 g \cos \theta = m_2 a \quad (1)$$

$$m_1 g \sin \theta - T - f_1 = m_1 a \quad (2)$$

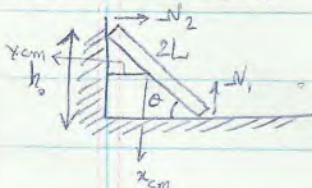
$$f_1 R = I \alpha = I \frac{a}{R}$$

$$I = \frac{1}{2} m_1 R^2$$

$$f_1 = \frac{1}{2} m_1 a \quad (3) \quad \Rightarrow m_1 g \sin \theta - T = \frac{3}{2} m_1 a \quad (4) \quad \Rightarrow (5) + (1) \Rightarrow (m_1 + m_2) g \sin \theta - \mu m_2 g \cos \theta = \left(\frac{3}{2} m_1 + m_2 \right) a$$

$$a = \frac{(m_1 + m_2) \sin \theta - \mu m_2 \cos \theta}{\frac{3}{2} m_1 + m_2} g \quad \Rightarrow \quad T = \left(\frac{3 \mu \cos \theta - \sin \theta}{3 m_1 + 2 m_2} \right) m_1 m_2 g$$

مثال: مطابق شکل یک میله به طول $2L$ به یک دیوار عمودی و یک دیوار دیگر به زاویه θ قرار دارد. میله به یک نقطه در دیوار عمودی و یک نقطه دیگر در دیوار دیگر متصل شده است. ما می‌خواهیم بدانیم که میله به چه سرعتی به سمت بالا حرکت می‌کند.



$$\ddot{\theta} = \frac{3g}{4L^2} (h_0 - 2L \sin \theta)$$

$$\ddot{x}_{cm} = -L \ddot{\theta} \sin \theta - L \dot{\theta}^2 \cos \theta = 0$$

$$\ddot{\theta} = \sin^{-1} \left(\frac{2}{3} \sin \theta \right) \quad h = \frac{2}{3} h_0 \quad \ddot{\theta} = \frac{gh_0}{4L^2} \quad \ddot{x}_{cm} = \frac{1}{3} \sqrt{gh_0} \sin \theta$$

که در این معادله x_{cm} طولی است که مرکز جرم از نقطه ترک دیوار عمودی به سمت بالا حرکت می‌کند. ما می‌خواهیم بدانیم که مرکز جرم به چه سرعتی به سمت بالا حرکت می‌کند.

$$-N_2 = \frac{3}{4} mg \cos \theta (3 \sin \theta - 2 \sin^2 \theta)$$

سرعت مرکز جرم به سمت بالا

A diagram of a circular ring. It consists of two concentric circles. The outer circle has a radius labeled R . The inner circle has a radius labeled $\frac{R}{2}$. An arrow points from the text $\frac{R}{2}$ to the inner circle, indicating its radius.

$$I = I_2 - I_1$$

$$I_2 = \frac{2}{5} m_2 r_2^2$$

برای محاسبه I_{cm} که خود دارای قیمت RCM می باشد

$$I_1 = \frac{2}{5} m_1 r_1^2$$

$$m_1 = \frac{1}{8} m_2$$

$$r_2 = \frac{l}{2} r_2 = \frac{l}{2} R$$

$$I_1 = \frac{1}{32} I_2$$

$$I = \frac{31}{32} I_2 = \frac{31}{32} \times \frac{2}{5} m_2 r_2^2$$

$$I = \frac{31}{80} \times \frac{8}{7} m r_2^2 = \frac{31}{7} m R^2$$

⇒ $m = \frac{7}{8} m_2$ اگر m کم از $\frac{7}{8} m_2$ خواهد بود

که در آن m جرم کوه خزه دارد R شعاع طریقی آن است. حال

$$K^2 = \frac{I}{m} = \frac{31}{v_0} R^2 \quad \Leftarrow \quad a = \frac{g \sin \theta}{1 + \frac{K^2}{R^2}}$$

$$11) \text{ just } a = \frac{g \sin \theta}{1 + \frac{3I}{70}} = \frac{70}{101} g \sin \theta$$

$$\therefore \cancel{r} \cdot \cancel{a} = \frac{g \sin \theta}{1 + \frac{2}{5}} = \frac{5}{7} g \sin \theta$$

مثال: شش ذراتی را به جرم m ، شش R شعاع چرخش حول مرکز جرم K در نظر بگیریم. در هر کدام از حالات زیر، سرعت مرکز جرم شش 2 در لحظه شروع چرخش مخالف و در جهت مخالف حرکت غشی حاصل شریخ شود. در این روشی، ما سرعت زاویه ای اولیه ω_0 حول مرکز افقی حاصل به مرکز جرم را به بدنه چرخش در سطح افقی نامعطف (در این ابعاد کافیه) رها می شود. در این روشی، ما سرعت خطی اولیه v_0 در حلقه چرخش

نمونه ای در سطح افقی نامعطف رها می شود. جهت حرکت $\rightarrow$

الف) بررسی حالات $u_1 = u_2$ و $v_1 = 0$  $\Rightarrow$ در این حالت (که گوییم حرکت را به چپ می‌کشیم) به آن وارد می‌شود. این می‌شود زیرا که این دو در جهت مخالف حرکت می‌کنند، سرعت را می‌سازیم که در این صورت از آنجا که این دو یکسان است، می‌تواند را کاهش می‌دهد. (در این صورت چرخ را کاهش سرعت را می‌سازیم تا زمانی که به آن وارد می‌شود) $v = R\omega$ در حرکت غرضی حاصل آغاز می‌شود. لذا:

$$f = \mu mg = ma = m \frac{v - v_1}{t} \quad (1)$$

$v_s = 0$ (P) $1, 2 \Rightarrow t = \frac{r}{\mu g}$ $\mu mgR = I\alpha = I \frac{\omega_0 - \omega}{t} \Rightarrow v = R\omega$

$$\mu mgR \frac{v}{\mu g} = I \left(\omega_0 - \frac{v}{R} \right) \quad I = mk^2 \quad v = \frac{k^2}{R} \left(\omega_0 - \frac{v}{R} \right) \quad \text{در کعبه می شود غش می باشد}$$

که در آن سه سرشت فعلی مخبر از هر دو فعلی شرعی غلبه حاصل است. و در آن کل مرده تا خطی لغزش و شرعی غلبه حاصل
مغایرت است از:

$$v = \frac{Rw_0}{1 + \frac{R^2}{K^2}}$$

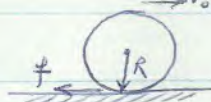
$$t = \frac{Rw_0}{g} \left(\frac{1}{1 + \frac{R^2}{K^2}} \right)$$

$$K^2 = \frac{2}{5} R^2 \rightarrow v = \frac{2}{7} R \omega \quad t = \frac{2}{7} \frac{R \omega_i}{g}$$

و همچنین برای یک استوانه توپر داریم:

$$K^2 = \frac{1}{2} R^2 \rightarrow v = \frac{1}{3} R \omega, \quad z = \frac{1}{3} \frac{R \omega}{\omega}$$

ن / کرپس حالت $\omega_2 = 0$ $v_1 = v_2$



در این حالت لنگرهای عمود بر سطح عمود حالت ای دارد. یعنی در خلاف جهت حرکت در بر جابجا می شود. آن را در این مورد یک کتاب فقهی معتبر
در حرکت کفر جرم تحصیل کرده است. یعنی آن را که در این مورد یک گدازه نیروی حرکت است. یعنی «و اگر چه در سرعت زیاد این آن را و اما در حرکت کما

$$f = ma \quad \mu mg = m \frac{v_0 - v}{t} \Rightarrow \tau R = I \alpha = I \frac{\omega_0 - \omega}{t} \quad \omega_0 = 0 \quad \mu mg R = I \frac{\omega}{t}$$

(13) $\mu g \left(\frac{\omega R^2}{\mu g R} \right) = v_o - v$

$$\leftarrow v = R\omega$$

(رحمتی) شروع غفلت خالص الیوم :

$$V = \frac{V_o}{1 + \frac{K^2}{R^2}}$$

است. زمان کار این شریک غلغله محاصل فخر عمارت است از

$$t = \frac{v_0}{ag} \left(\frac{1}{1 + \frac{R^2}{k^2}} \right)$$

میتواند این مواد را برای یک سوخت استفاده کند که کار بسیار آسان و درج

$$t = \frac{2}{7} \frac{v_0}{\mu g}$$

$$K^2 = \frac{1}{2} R^2 \rightarrow v = \frac{2}{3} v_0$$

$$t = \frac{1}{3} \frac{v_0}{g}$$

در این استوانه تاریخ

$$-j\omega \sin\theta - T - f = Ma_{cm} \quad \text{and} \quad (j\omega \sin\theta)R - T(2R) = I_A d -$$

← معرفه حرکت انتقالی ← معرفه حرکت چرخشی

$$T - mg = ma_B$$

$$a = a_B = 2a_{cm}$$

$$I_A = I_{cm} + MR^2 = \frac{3}{2} MR^2$$

$$T = mg + 2ma_{cm} \quad a = \frac{a_{cm}}{R}$$

$$a_{cm} = \left(\frac{m \sin \theta - 2m}{3m + 8m} \right) 2g$$

$$T = \left(\frac{3 + 4 \sin \theta}{8 + 3 \frac{M}{m}} \right) Mg$$

این حرم، مآب است استخوان به

خطای B را بر حسب σ و σ^2 حساب

خطی B در اوج θ حرکت می کند.

۵ و ارادہ خیر اہل کتب و صالحین دار اہل اہد و عینک یوں تشریح میں علیہ ہم گاہ لکھ رہا ہے۔ کتاب مرصعہ



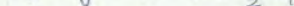
$$T + m_2 g \sin \theta - \mu m_2 g \cos \theta = m_2 a \quad (1)$$

$$m_1 g \sin \theta - T - f_1 = m_1 a \quad (p)$$

$$I_1 R = I \alpha = I \frac{a}{R} \quad (2)$$

$$I = \frac{1}{2} m_1 R^2$$

$$f_1 = \frac{1}{2} m_1 a$$


 $m_2 g \sin \theta - T = \frac{3}{2} m_2 a$

$(5) + (7) \Rightarrow (m_1 + m_2) g \sin \theta - m_2 g \cos \theta = (\frac{3}{2} m_1 + m_2) a$

$$a = \frac{(m_1 + m_2) \sin \theta - \mu m_2 \cos \theta}{\frac{3}{2} m_1 + m_2} g \Rightarrow 6, 8 \rightarrow T = \left(\frac{3 \mu \cos \theta - \sin \theta}{3 m_1 + 2 m_2} \right) m_1 m_2 g$$

$$\dot{\theta} = \frac{3g}{4L^2} (h_0 - 2L \sin \theta)$$

$$\ddot{x}_{cm} = -L\dot{\theta} \sin\theta - L\dot{\theta}^2 \cos\theta = 0$$

$$\sin \theta = \sin^{-1}\left(\frac{2}{3} \sin \theta\right) \quad \text{for } h = \frac{2}{3} h_0 \quad \text{for } \theta = \frac{gh_0}{4l^2} \quad \ddot{x}_{cm} = \frac{1}{3} \sqrt{gh_0} \sin \theta$$

که در x_{cm} شتابی است که مرکز جرم از نقطه ترک دیوار توسط بدنه است. همچنین به طور مشابه به آسانی می توان شتابی عمودی سرعت مرکز جرم را در نقطه

$$-N_2 = \frac{3}{4} mg \cos \theta (2 \sin \theta - 2 \sin \theta_0)$$

تحرک انوار فصیح کرد

[illegible]

که در آن ۳ سرعت نوری می باشد. ضایعه جوامع می بین از نزدیک بودن لغزش حرکت خود را عاقل کند ضرب با بعد از ارتعاش $h = \frac{K \text{ cm}^2}{R}$ است.
 در مورد این ارتعاش همان روش می باشد. ضایعه طغیر از این می باشد، می از ضرب خواهد لغزید. اگر $h > \frac{K \text{ cm}^2}{R}$ باشد، سرعت نوری می از سرعت
 اولیه آن بیشتر داند $h < \frac{K \text{ cm}^2}{R}$ باشد، سرعت نوری می از سرعت اولیه آن کمتر خواهد شد.

مثال: در یک کنواپی به طول 2L - طرأ قاشق از یک سیرت آویخته شده است. یک کلاه فقط به درجه ۱۰۰ میلی از نقطای آویخته به سیرت ای در مرکز کلاه
آنکه یک سیرت را که این از یک نقطه ای آویخته شده و به سیرت به عنوان کلاه

$$L \quad \frac{4}{3}L \quad \frac{3}{2}L \quad \frac{6}{5}L$$

$$dd' = K_{cm}^2 = \frac{1}{12} (2L)^2 = \frac{L^2}{3}$$

$$d = L$$

$$\Rightarrow d' = \frac{L}{3}$$

$$\overline{OO'} = d + d' = \frac{4}{3}L$$

معقبات کلی 8 اگر سیستم مورد نظر از N ذره تشکیل شده باشد برای مشخص کردن کامل مکان کلیه ذرات این سیستم یا کمترین آن $3N$ معقبات ضرورت دارد پس اگر سیستم به سه ارباع باشد ممکن است تعداد معقبات مورد نیاز از $3N$ کمتر شود. برای مثال اگر سیستم مورد نظر ما جسم صلبی باشد پس مشخص شدن یک کمترین آن فقط مکان نقطه مرکزی و سه جاس در جسم ما در مرکز جرم و سه گیری آن و معقبات کلیت می کند. درین ترتیب که ما در از 5 معقبات 3، معقبات برای نقطه مرکزی و 3 معقبات دیگر برای $\rightarrow$ مثلاً برای ارباعی برای سه گیری استفاده کرد.

11 معقبات $\leftarrow$ معقبات کلی $\leftarrow$ 9 نشان $\leftarrow$ نامیده نامیده با زاویه باشد و یا یک جاس هر معقبات متراکم علاوه بر مشخص کردن آن یک کمترین سیستم مستقل از دیگر معقبات تغییر کند. آن سیستم را هولونومی می نامند. در این صورت تعداد معقبات 11 همان تعداد درجات آزادی سیستم خواهد بود. در یک سیستم غیر هولونومی معقبات نمی تواند به طور مستقل تغییر کنند. معانی تعداد درجات آزادی حداقل تعداد معقبات مورد نیاز برای تشخیص یک کمترین سیستم کمتر خواهد بود. مثلاً گوی که برای سطح کائوچو یا ناهولومی تغییر خواص از یک سیستم غیر هولونومی است و تشخیص یک کمترین این سیستم به پنج معقبات نیاز دارد 2 برای مرکز برای سه گیری لازم است. و معقبات مستقل نیستند زیرا اگر کره تغییر 2 معقبات آن تغییر می کند.

$$x = x(q)$$

یک در آزادی

$$x = x(q_1, q_2)$$

" " 2

$$y = y(q_1, q_2)$$

" " 3

$$z = z(q_1, q_2, q_3)$$

$$y = y(q_1, q_2, q_3)$$

$$z = z(q_1, q_2, q_3)$$

اکنون فرض کنیم q ها متوازی از مقادیر اولیه قرار (q_1, q_2, q_3) متغیرهای معادلات ($q_1 + \delta q_1 + \delta q_2 + \delta q_3$) تغییر کنند این

$$\delta x = \frac{\partial x}{\partial q_1} \delta q_1 + \frac{\partial x}{\partial q_2} \delta q_2 + \dots$$

تغییرات در معقبات را می متناظر است با

$$\delta y = \frac{\partial y}{\partial q_1} \delta q_1 + \frac{\partial y}{\partial q_2} \delta q_2 + \dots$$

همچنین

$$q_1 = r \quad q_2 = \theta \Rightarrow \begin{cases} x = x(r, \theta) = r \cos \theta \\ y = y(r, \theta) = r \sin \theta \end{cases} \quad \text{معقبات قطبی} \rightarrow \text{در صفحه}$$

$$\delta x = \frac{\partial x}{\partial r} \delta r + \frac{\partial x}{\partial \theta} \delta \theta \Rightarrow \delta x = \cos \theta \delta r - r \sin \theta \delta \theta$$

در نتیجه تغییرات δx و δy که متناظر با تغییرات

$$\delta y = \frac{\partial y}{\partial r} \delta r + \frac{\partial y}{\partial \theta} \delta \theta \Rightarrow \delta y = \sin \theta \delta r + r \cos \theta \delta \theta$$

کوچک در r, θ است معلوم می شود.

حال سیستمی را در نظر می گیریم که از تعداد زیادی ذره تشکیل شده باشد در این مورد آزادی در معقبات کلی زیر باشد:

$$\delta x_i = \sum_{k=1}^n \frac{\partial x_i}{\partial q_k} \delta q_k$$

$$\delta y_i = \dots$$

$$\delta z_i = \dots$$

اینهمه معقبات متناظر اند پس K را به معقبات کلی اختصاص می دهیم. بنابراین در سیستم N ذره این آزادی عددی 1 و $3N$ خواهد بود.

مقدار سیراگام

$$\delta W = \sum F_i \delta x_i$$

مقادیر کار هم برای یک ذره و هم برای N ذره

$$\delta W = \sum \sum F_i \frac{\delta x_i}{\delta q_k} \delta q_k \Rightarrow \delta W = \sum \left(\sum F_i \frac{\delta x_i}{\delta q_k} \right) \delta q_k$$

$$\delta W = \sum_k Q_k \delta q_k \quad Q_k = \sum F_i \frac{\delta x_i}{\delta q_k}$$

مقدار Q_k نیروی کلی همایی معض q_k نامیده می شود و چون حاصل ضرب $Q_k \delta q_k$ (نیایشیون کار دارد)

اگر q_k نامیده می باشد Q_k (نیایشیون نیرو) خواهد داشت و اگر q_k را q بنویسیم آنرا Q می نویسند

$Q_k \delta q_k$ همان کاری است که توسط نیروهای خارجی روی سیستم از تغییر مکان q به مقدار δq_k انجام می شود. اگر سیستم صلب باشد کارهای آن شده توسط نیروهای خارجی هنگامی که جسم به اندازه δq حول محور معنی جبر خود را برابر است با $N \delta \theta$ که N نیروی لنگر کل نیروها حول این محور و عبارت دیگر نیروی کلی همایی معض Q است.

$$F_i = - \frac{\delta V}{\delta x_i} \quad (\text{نیروی پائین})$$

نیروهای کلی در سیستم پائین میزان پائین نیرو در رابطه می شود

$$Q_k = - \left(\frac{\delta V}{\delta x_i} \frac{\delta x_i}{\delta q_k} \right) = Q_k = - \frac{\delta V}{\delta q_k} \quad (1)$$

مقدار Q_k نیروی کلی است و $Q_k = 0$ $q_k = 0$ $Q_k = - \frac{\delta V}{\delta q_k}$

مقادیر لاگرانژ و معضات q توابع از معضات کلی q_k است و برای این که معضات کلی پائین باشد این که روابط بین q ها بطور صریح قابل تشریح باشد مستطوره کرد و این هنگامی تحقق می یابد که حرکت در این شرایطی باشد مثل ذره ای که روی سطحی حرکت می کند و خود سطحی بطور از قبل معض شده ای حرکت می کند بنابراین می توان نوشت

$$x_i = x_i(q_1, q_2, \dots, q_n, t) \quad 1, 2, \dots, N \leftarrow \text{تعداد ذرات و فاش کل}$$

$$\dot{x}_i = \sum \frac{\delta x_i}{\delta q_k} \dot{q}_k + \frac{\delta x_i}{\delta t}$$

n تعداد معضات کلی $k \leftarrow 1, 2, \dots, n$

می توان نتیجه گرفت T را بصورت تابعی از معضات کلی مشتقات زمان آن را اقلان زمان در نظر گرفت. معمولاً t بصورت تابعی از روابط بین q_k ها در همه موارد $\frac{\delta x_i}{\delta t} = 0$ از این رو تابع است که اثرش صفت T تابع درجه دومی حرکتی از سیرهای کلی q_k می باشد از عبارت برآید x_i معلوم می شود

$$\frac{\delta x_i}{\delta q_k} = \frac{\delta x_i}{\delta q_k} \quad \text{مقدار ناخالصی}$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta T}{\delta \dot{q}_k} = Q_k + \frac{\delta T}{\delta q_k} \quad (2) \text{ imp}$$

در جوری که بتوان Q ها را از عبارتی (1) مشخص کرد $\leftarrow$ حرکت یا تیار باشد می توان معادلات لاگرانژ را بصورت

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta T}{\delta \dot{q}_k} = \frac{\delta T}{\delta q_k} - \frac{\delta V}{\delta q_k} \quad L = T - V$$

L لاگرانژی کلی ذره ای است. L تابع پتانسیل تابع L مشهور به لاگرانژی

در T و v بر حسب معادلات کلی مشتق می شود بنابراین آزاجا که $v = v(q_k)$ و $\frac{\delta v}{\delta q_k} = 0$ (ارعم):

$$\frac{\delta L}{\delta q_k} = \frac{\delta T}{\delta q_k} \quad 1, \quad \frac{\delta L}{\delta q_k} = \frac{\delta T}{\delta q_k} - \frac{\delta v}{\delta q_k} \quad 2 \rightarrow \frac{d}{dt} \frac{\delta L}{\delta \dot{q}_k} = \frac{\delta L}{\delta q_k} \quad 3$$

حال اگر فرض کنیم Q_k و بخشی را نیز می توان از تابع v به دست آورد، می توان نوشت

$$Q_k = Q'_k - \frac{\delta v}{\delta q_k} \xrightarrow{\text{بر وقت می آید}} \frac{d}{dt} \frac{dL}{d\dot{q}_k} = Q'_k + \frac{\delta L}{\delta q_k} \rightarrow \text{تخصصی اگر همکار باشد}$$

کار به معادلات اگر اثر شود انتخاب دستگاه معادلات می تواند به سبب مورد نظر باشد پس می کند انرژی می T را بصورت تابعی از q و $\dot{q}$ معادلات مشتقات زمانی آنرا بدست می آوریم اگر دستگاه معادلات را بدست آوریم، انرژی می T آن را بصورت تابعی از معادلات q و $\dot{q}$ می باشد

نمودهای کلی Q_k را بدست می آوریم

مثال نوشتن معادلات یک پندری مارپیچی می گیریم زمین می کشیم نیروی مداری متناسب با بیشتن دور است باشد. بنابراین می کشیم معادلات

$$L = T - v = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - \frac{1}{2} k x^2 \quad \text{نمایندار خواهد بود و اگر } x \text{ معادلات تغییر مکان باشد تابع ماکسول انرژی بصورت زیر می باشد}$$

$$\frac{\delta L}{\delta x} = m \ddot{x} \quad \frac{\delta L}{\delta x} = -kx$$

که در آن $m > 0$ و k یا از سرعت است. بنابراین

حال آزاجا که نیروی مداری وجود دارد می توان از معادلات ماکسول انرژی بصورت $Q_k = F \left(\frac{\delta x}{\delta q_k} \right)$ استفاده کرد بنابراین $Q_k = -cx$

و معادلات حرکت بصورت زیر است

$$\frac{d}{dt} (m \dot{x}) = -cx + (-kx) \quad \text{یا به عبارتی} \quad m \ddot{x} + cx + kx = 0$$

مثال زره در میدان حرکتی تحت معادلات حرکت ماکسول را برای زره می کشیم که در میدان حرکتی تحت ماکسول انرژی می کشیم

$$T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) \quad \text{که معادلات خطی باشد} \quad q_1 = r, q_2 = \theta \quad \text{است بنابراین}$$

$$v = v(r)$$

$$L = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) - v(r) \rightarrow \begin{cases} \frac{dL}{dr} = m\dot{\theta}^2 & \text{and} \quad \frac{dL}{dr} = m\dot{\theta}^2 - \frac{\delta v}{\delta r} = m\dot{\theta}^2 + f(r) \\ \frac{\delta L}{\delta \theta} = 0 & \frac{\delta L}{\delta \theta} = m r^2 \dot{\theta} \end{cases}$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta L}{\delta \dot{r}} = \frac{\delta L}{\delta r} \quad \frac{d}{dt} \frac{\delta L}{\delta \dot{\theta}} = \frac{\delta L}{\delta \theta}$$

$$m\ddot{r} = m\dot{\theta}^2 + f(r) \quad \frac{d}{dt} (m r^2 \dot{\theta}) = 0$$

مثال در زیر m_1 و m_2 است طناب به طول l داریم یک درجه آزادی است

اگر فرض کنیم m_1 و m_2 را به سبب رانشان می دهیم x و y را به شکل x و y می دهیم

همچنین m_1 و m_2 را به سبب رانشان می دهیم x و y را به شکل x و y می دهیم

